

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CHIHUAHUA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

**“ESTUDIO DEL DESEMPEÑO DE UNA
TURBINA TESLA CON FLUIDOS
NEWTONIANOS Y NO NEWTONIANOS”**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERÍA MECATRÓNICA

PRESENTA:

HUMBERTO ARTURO BÉJAR SÁNCHEZ

**DIRECTOR DE LA TESIS:
*DR. OSCAR ARTURO CHÁVEZ LÓPEZ***



**TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO**



CHIHUAHUA, CHIH. , MÉXICO, AGOSTO 2018

Chihuahua, Chih., a 19 de Octubre de 2018.

Dr. Enrique Cabrero Mendoza.
Director de CONACYT.

At'n. Luis Gil Cisneros
Dirección de Formación de Científicos y Tecnólogos.

P r e s e n t e.

Por este conducto aprovecho la ocasión para saludarlo e informarle que a la fecha he obtenido el Grado de Maestría en Ingeniería Mecatrónica en la División de Estudios de Posgrado e Investigación del Instituto Tecnológico de Chihuahua. Motivo por el cual agradezco todo el apoyo brindado por esta Institución que Usted representa, el otorgamiento de esta beca-credito permitió dedicarme de tiempo completo a la realización de mis estudios de Posgrado y de esta manera lograr el cumplimiento del objetivo principal del convenio establecido.

Sin otro particular por el momento, me es grato quedar de Usted como su seguro servidor, no sin antes reiterar mi agradecimiento. Muchas Gracias!!!.

A t e n t a m e n t e

Ing. Humberto Arturo Béjar Sánchez
Exbecario CONACYT No. 768479

c.c.p M.F. Luis Cardona Chacón.
Jefe de la División de Posgrado e Investigación

*“Si quieres encontrar los secretos del universo,
piensa en términos de energía,
frecuencia y vibración”.*

Nikola Tesla

Toda mi gratitud y agradecimientos:

A mis padres, hermanos y familia por su apoyo incondicional.

Al Dr. Oscar Arturo Chávez López por su apoyo incondicional en la dirección de esta tesis, su amistad y paciencia.

Al Dr. Luis Arnulfo Guerrero Chávez por su gran amistad y guiarme en mis estudios profesionales.

Al Dr. José Eduardo Acosta Cano de los Ríos y Dr. Isidro Robledo Vega por su gran apoyo en el desarrollo de este proyecto y amistad.

Al M.C. Omar Rodríguez por su amistad, consejos y gran aporte en esta tesis.

A mis amigos y compañeros de maestría por sus grandes consejos y apoyo.

A mis maestros y profesores de la maestría en ingeniería mecánica.

A mis amigos incondicionales Palomo, Chester y Degel, por su gran compañía en mis estudios de maestría.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por proporcionar recursos para el desarrollo del proyecto “ESTUDIO DEL DESEMPEÑO DE UNA TURBINA TESLA CON FLUIDOS NEWTONIANOS Y NO NEWOTNIANOS”.

RESUMEN

ESTUDIO DEL DESEMPEÑO DE UNA TURBINA TESLA CON FLUIDOS NEWTONIANOS Y NO NEWTONIANOS.

Ing. Humberto Arturo Béjar Sánchez
Maestro en Ingeniería Mecatrónica
División de Estudios de Posgrado e Investigación del
Instituto Tecnológico de Chihuahua
Chihuahua, Chih. 2018
Dr. Oscar Arturo Chávez López

En el presente trabajo se analiza numéricamente la dinámica de fluidos que se origina en una turbina Tesla debido a la interacción entre el fluido de trabajo (aire) y el rotor, considerando la compresibilidad del aire. El efecto anterior conduce a la necesidad de analizar el problema con una ecuación de estado.

Al planteamiento anterior, se añade la presencia del efecto de flujo turbulento que provoca diferencias en la capa límite que se genera en el flujo entre los discos del rotor, además se consideran los efectos de la presencia de flujos con bajos números de Reynolds o de flujo laminar, debido a que en la turbina se tiene la presencia de ambos.

De acuerdo a la naturaleza del fenómeno que se desarrolla en la turbina se tomó en cuenta una operación de la misma en estado permanente y que las fuerzas de cuerpo ejercen un impacto despreciable en la operación de la misma.

En este trabajo se llevó a cabo en particular, el análisis de la dinámica de fluidos de un trabajo experimental desarrollado con anterioridad por el profesor Warren Rice sobre turbinas tipo Tesla. De esta investigación solo se desarrolla el análisis numérico de los tres experimentos más sobresalientes de Rice, en los cuales se tienen distintos parámetros de operación para el fluido y la geometría de las turbinas.

Los resultados que se presentan en este trabajo consisten en tres parámetros que se evaluaron para estudiar el desempeño de la turbina Tesla al variarlos y de esta manera obtener cuales son las condiciones con las que se obtiene una mejor operación.

ABSTRACT

In the present work, the dynamics of fluids originating in a Tesla turbine are numerically analyzed due to the interaction between the working fluid (air) and the rotor, considering the compressibility of the air. The above effect leads to the need to analyze the problem with a state equation.

To the previous approach, the presence of the turbulent flow effect that causes differences in the boundary layer that is generated in the flow between the rotor discs is added, in addition the effects of the presence of flows with low Reynolds numbers or flow are considered. laminar, due to the presence of both in the turbine.

According to the nature of the phenomenon that develops in the turbine, an operation of the same in a permanent state was taken into account and that the forces of the body exert a negligible impact on the operation of the same.

In this work was carried out in particular, the analysis of fluid dynamics of an experimental work previously developed by Professor Warren Rice on Tesla-type turbines. From this research, only the numerical analysis of Rice's three most outstanding experiments is developed, in which there are different operation parameters for the fluid and the geometry of the turbines.

The results presented in this work consist of three parameters that were evaluated to study the performance of the Tesla turbine when varying them and in this way to obtain which are the conditions with which a better operation is obtained.

ÍNDICE

LISTA DE FIGURAS	xii
LISTA DE TABLAS	xiii
CAPÍTULO 1	
Introducción	1
1.1. Antecedentes.....	1
CAPÍTULO 2	
Marco Teórico	7
2.1. Principio de operación de la turbina Tesla.....	7
2.2. Elementos que conforman una turbina Tesla.....	10
2.2.1. Rotor.....	10
2.2.2. Estator.....	11
2.2.3. Toberas.....	12
2.3. Concepto de viscosidad.....	14
2.3.1. Influencia de la temperatura en la viscosidad.....	16
2.3.2. Fluidos newtonianos.....	17
2.3.3. Fluidos no newtonianos.....	17
2.3.4. Modelo de Ostwald-de Waele.....	19
CAPÍTULO 3	
Planteamiento del Problema	20
3.1. Fenómeno físico.....	20
3.1.1. Velocidad del fluido.....	20
3.1.2. Aceleración centrípeta y de Coriolis.....	21
3.1.3. Ecuación de estado para gases ideales.....	22
3.1.4. Compresibilidad de los fluidos.....	23
3.1.5. Número de Mach.....	23
3.1.6. Número de Reynolds.....	24
3.1.7. Flujo laminar y turbulento.....	25
3.1.8. Teoría de capa límite.....	26
3.1.9. Espesor de la capa límite.....	27
3.1.10. Rugosidad.....	27

3.2. Modelo matemático.....	28
3.2.1. Ecuación de la conservación de la masa.....	28
3.2.2. Ecuaciones de cantidad de movimiento.....	29
3.2.3. Modelo de Sengupta y Guha.....	30

CAPÍTULO 4

Método de Solución.....	35
4.1. Volúmenes finitos.....	36
4.1.1. Método de volumen finito para la difusión unidimensional en estado permanente.....	37
4.1.2. Método de volumen finito para la difusión tridimensional en estado permanente.....	40
4.2. Simulación CFD.....	42
4.3. Modelo 3D.....	42
4.4. Características de la malla.....	44
4.5. Configuración de Fluent.....	46
4.5.1. Propiedades del fluido de trabajo.....	47
4.5.2. Ecuación de la conservación de movimiento en Fluent.....	48
4.5.3. Modelo de turbulencia k-omega SST.....	48
4.5.4. Modelo de compresibilidad de un gas ideal.....	49
4.5.5. Condiciones de frontera.....	50
4.5.6. Modelo de los efectos de una superficie rugosa en flujos turbulentos.....	50

CAPÍTULO 5

Resultados y Discusión.....	53
5.1. Validación del sistema discretizado.....	36
5.2. Validación del sistema discretizado.....	53
5.3. Efectos geométricos en la turbina Tesla.....	56
5.4. Efectos de la rugosidad en la turbina Tesla.....	57
5.5. Efectos del tipo de fluido en la turbina.....	61
5.6. Eficiencia de la turbina Tesla.....	62

CAPÍTULO 6

Conclusiones.....	66
REFERENCIAS.....	69

APÉNDICE A..... 72

Experimentación de W. Rice con turbinas tipo Tesla..... 72

LISTA DE FIGURAS

2. Marco teórico	7
Figura 2.1 Turbina Tesla original.....	7
Figura 2.2 Flujo entre dos discos.....	8
Figura 2.3 Trayectoria del fluido entre los discos de la turbina Tesla.....	9
Figura 2.4 Turbina de Tesla.....	10
Figura 2.5 Rotor de una turbina Tesla.....	11
Figura 2.6 Tobera convergente y tobera convergente-divergente.....	12
Figura 2.7 Desarrollo de un flujo constante en un canal entre dos placas separadas Separadas por una distancia c cuando una de las placas se mueve con una velocidad V_p	14
Figura 2.8 Gráficas comparativas para fluidos newtonianos y no newtonianos siendo de lado izquierdo modelos de dos parámetros y del derecho modelos de tres parámetros	18
3. Planteamiento del problema	20
Figura 3.1 Triángulo de velocidades del flujo en una Turbina Tesla.....	21
Figura 3.2 Flujo alrededor de los discos en una turbina Tesla.....	22
Figura 3.3 Capa límite de un flujo paralelo sobre una placa plana con cero incidencia	26
Figura 3.4 Dominio de referencia para la solución matemática del flujo entre dos discos.....	30
Figura 3.5 Comparación de la teoría presentada con la experimentación: variación de la potencia de salida con respecto a la velocidad angular.....	33
Figura 3.6 Comparación de los resultados teóricos con la experimentación de la eficiencia en función de la velocidad angular.....	34
4. Planteamiento del problema	35
Figura 4.1 Dominio del sistema unidimensional.....	38
Figura 4.2 Diagrama de la red generada para un volumen de control.....	38
Figura 4.3 Volumen de control típico en un caso tridimensional.....	40
Figura 4.4 Modelo tridimensional del espacio entre dos discos.....	43
Figura 4.5 Espectro de valores de acuerdo al valor de oblicuidad de los elementos de la malla.....	44
Figura 4.6 Detalle de la malla.....	45
Figura 4.7 Ilustración de la equivalencia del modelo de rugosidad de “grano de arena”.....	52

5. Resultados y discusión	53
Figura 5.1 Potencia desarrollada por la turbina Tesla a distintas revoluciones.....	54
Figura 5.2 Simulación del segundo experimento realizado por Rice.....	55
Figura 5.3 Potencia de salida desarrollada a distintas separaciones de los discos.....	57
Figura 5.4 Desempeño de la turbina Tesla para $\dot{m}=0.0371196\text{kg/s}$	58
Figura 5.5 Desempeño de la turbina Tesla para $\dot{m}=0.0364692\text{kg/s}$	59
Figura 5.6 Desempeño de la turbina Tesla para $\dot{m}=0.0435456\text{kg/s}$	60
Figura 5.7 Desempeño de la turbina Tesla para $\dot{m}=0.0443016\text{kg/s}$	60
Figura 5.8 Potencia desarrollada a diferentes rpm y "n" en el modelo de Ostwald-de Waele.....	61
Figura 5.9 Eficiencia a distintas separaciones entre los discos.....	63
Figura 5.10 Eficiencia de la turbina Tesla para $\dot{m}=0.0371196\text{kg/s}$	63
Figura 5.11 Eficiencia de la turbina Tesla para $\dot{m}=0.0364692\text{kg/s}$	64
Figura 5.12 Eficiencia de la turbina Tesla para $\dot{m}=0.0435456\text{kg/s}$	64
Figura 5.13 Eficiencia de la turbina Tesla para $\dot{m}=0.0443016\text{kg/s}$	65
Figura 5.14 Eficiencia a diferentes rpm y "n" en el modelo de Ostwald-de Waele.....	65
A. Apéndice	72
Figura A.1 Ensamble completo de una turbina Tesla de doble entrada y doble salida.	72
Figura A.2 Partes de una turbina Tesla.....	73

LISTA DE TABLAS

4. Planteamiento del problema	35
Tabla 4.1 Configuración y selección de parámetros de Fluent.....	46
Tabla 4.2 Propiedades del aire a la temperatura del experimento #1.....	47
A. Apéndice	72
Tabla A.1 Características de los 3 experimentos.....	73
Tabla A.2 Resultados de desempeño del primer experimento.....	74
Tabla A.3 Resultados de desempeño del segundo experimento.....	74

NOMENCLATURA

Definición de símbolos

a	Área de las placas
a_m	Velocidad del sonido en el fluido
A	Área de sección transversal
b	Separación entre discos
B	Constante aditiva en la ley logarítmica
c	Separación entre las placas
c_p	Calor específico
d	Longitud característica
D_w	Difusión cruzada
E	Módulo de elasticidad
f_r	Función de rugosidad
F_{ce}	Fuerza centrípeta
F_{co}	Fuerza de Coriolis
\bar{F}	Fuerzas de cuerpo externas
g	Aceleración gravitacional
G_k	Generación de energía cinética turbulenta debido al gradiente principal de velocidad
G_w	Generación de w
h	Entalpia
I	Tensor unitario
k	Energía cinética turbulenta
K_s	Altura física de la rugosidad
k_s^+	Altura de la rugosidad adimensional
m	Índice de consistencia
\dot{m}	Flujo másico
M	Peso molecular
Ma	Número de Mach
n	Valor de la potencia
n_d	Número de discos
p	Presión
p_e	Presión estática
p_{op}	Presión de operación
p_r	Presión relativa
P	Fuerza
Ph	Parámetro de Polhausen
r	Radio
r_1	Radio interior
r_2	Radio exterior

R	Constante del gas
Re	Número de Reynolds
S	Fuente
S_t	Constante de Sutherland
S_k y S_w	Parámetros definidos por el usuario
S_ϕ	tasa de aumento de ϕ
\bar{S}	Promedio de la fuente S en el volumen de control
t	Tiempo
T	Temperatura
u_p	Velocidad del fluido en la pared
U	Velocidad fuera de la capa límite
v	Velocidad
\bar{v}	Vector de velocidad
\bar{v}^T	Efecto de la dilatación volumétrica
V	Volumen
V_o	Volumen relativo
V_p	Velocidad de la placa
V	Velocidad relativa
w	Tasa de disipación específica
\dot{W}_{ideal}	Potencia de salida ideal
$\dot{W}_{isentrópica}$	Potencia isentrópica
$\dot{W}_{perdidas}$	Potencia perdida
\dot{W}_{real}	Potencial real desarrollada la turbina
Y_k y Y_w	Disipación de k y w en la turbulencia

Griegos

α	Ángulo de inclinación de la tobera
γ	Coefficiente de dilatación adiabática
Γ	Coefficiente de difusión
Γ_k y Γ_w	Difusividad efectiva de k y w , respectivamente
δ	Espesor de la capa límite
Δp	Cambio en la presión
ΔV	Cambio en el volumen
$\Delta \rho$	Cambio en la densidad
ΔB	Cambio en la constante aditiva
η	Índice de viscosidad aparente.
μ	Viscosidad dinámica o absoluta
μ_m	Viscosidad molecular
ν	Viscosidad cinemática
ξ	Eficiencia de la turbina

ρ	Densidad
ρ_o	Densidad relativa
τ	Esfuerzo de corte
τ_w	Esfuerzo de corte en la pared de un disco
τ_{yx}	Esfuerzo de corte en la componente del tensor “xy”
$\bar{\tau}$	Tensor de esfuerzos
\mathfrak{S}	Torque en la pared de un disco
\mathfrak{S}_{total}	Torque total en la turbina
ϕ	Variable general
Ψ	Volumen especifico
ω	Velocidad angular (rad/s)
Ω	Velocidad angular (rpm)

Subíndice

0	Comportamiento en la garganta de la tobera
1	Comportamiento a la entrada de la tobera
2	Comportamiento a la salida de la tobera
r	Componente radial
θ	Componente angular
z	Componente axial
t	Componente tangencial
c	Componente en dirección central
el	Estática local

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1. Antecedentes

Nikola Tesla concibió la idea de una turbina sin aspas haciendo una analogía con el principio de operación de su motor de inducción: “el campo magnético giratorio”, buscaba utilizar los fluidos para producir un efecto similar. Tesla descubrió en sus investigaciones que le sería posible desarrollar la idea de la turbina sin aspas aprovechándose de dos de las propiedades más importantes de un fluido: la viscosidad y adhesión para ser capaz de transferir energía del fluido en movimiento a los discos, eliminando la necesidad de unas aspas complejas y de difícil fabricación. En 1909 Tesla presentó la solicitud para patentar su turbina sin aspas ante la oficina de patentes de los Estados Unidos y le fue concedida en 1913. Posteriormente Tesla desarrolló tres pruebas con diferentes configuraciones y materiales para los discos de su turbina. Su primer prototipo en 1906 con ocho discos, cada uno de seis pulgadas de diámetro y proporcionaba 30 hp. Tesla pronto descubrió que el rotor alcanzaba unas velocidades tan altas (de hasta 35000 rpm), que los discos de metal se deformaban. En 1910 construyó un modelo más grande con discos de doce pulgadas que limitaron su velocidad a 10000 rpm, Tesla obtuvo 100 hp. En 1911 desarrolló el tercer prototipo con discos de 9.75 pulgadas de diámetro. De nuevo, redujo a 9000 rpm y encontró que la potencia se incrementaba a 110 caballos [1].

Esta turbina puede operar con diferentes tipos de fluidos como: newtonianos, no newtonianos, fluidos mixtos, cargas de partículas de flujo de dos fases [2]. Además, la turbina es de naturaleza auto limpiante debido al campo de fuerza centrípeta, esto hace posible el funcionamiento de la turbina en el caso de combustibles no convencionales como la biomasa que producen partículas sólidas. Actualmente el campo de las micro-turbinas es un área de investigación activa; la turbina Tesla debido a su simplicidad, robustez de estructura, bajo costo y una posible mejor operación a altas rpm puede convertirse en un candidato muy adecuado para esta aplicación [3].

Sin embargo para que esto se consolide la eficiencia de la turbina Tesla debe ser mejorada, es por ello que los investigadores están buscando lograr esto mediante la modificación de su diseño original [2].

El problema de una turbina Tesla puede ser simplificado y analizado desde el punto de vista del flujo de fluido entre dos discos paralelos, problema que ya ha sido analizado con anterioridad por una gran gamma de científicos e investigadores; tal fue la investigación desarrollada por von Kármán [4] en la que abordo el problema del flujo estacionario axisimetrico de un fluido viscoso general, inducido por la rotación de discos infinitos. Posteriormente Batchelor & College [5] retomaron el problema utilizando las mismas consideraciones que von Kármán pero con dos discos paralelos infinitos que girarían a velocidades angulares constantes pero diferentes, alrededor de un eje en común. Tales trabajos han sido la base para los estudios posteriores que se han realizado para fluidos viscosos en diferentes áreas de la física que abordan rigurosas preguntas matemáticas sobre la existencia y singularidad de las soluciones de las ecuaciones de Navier-Stokes [6].

A principios de los años 60 el profesor Warren Rice [7] desarrolló una investigación analítica y experimental sobre un tipo de turbo-maquinaria no convencional basándose en los trabajos realizados por el inventor Nikola Tesla y más particularmente en la Turbina Tesla [8], en la cual, su rotor está compuesto por discos y no por aspas. La configuración del dispositivo la realizó de tal manera, que funcionara como una bomba y como un compresor. Los resultados del análisis teórico y experimental mostraron que el desempeño de este dispositivo puede ser predecible y que además es posible mejorar el experimento a partir de parámetros geométricos y con el uso de fluidos cuya densidad y viscosidad sean distintas a las del agua para futuros estudios. Sin embargo, también los resultados mostraron que este tipo de turbo-maquinaria tiene un rendimiento bajo en comparación con los modelos convencionales, pero tiene las ventajas de que su fabricación es fácil de realizar y es muy barata en comparación de los otros modelos. Un par de años más tarde Rice realizó otra investigación (teórica y experimental), pero ahora con enfoque en su funcionamiento como turbina [9]. En esta investigación Rice construyó seis turbinas de las cuales tres fueron las que aportaron los resultados más sobresalientes, cabe resaltar que su diseño y construcción fueron apegados a la patente original [8]. Las turbinas

fueron sometidas a distintos flujos de aire, presión, inclinación de las boquillas de entrada de fluido y separación entre discos. En los resultados se puede apreciar que la turbina con mejor rendimiento fue la que tenía menor separación entre los discos del rotor, sin embargo, la eficiencia de la turbina máxima fue casi del 36% por lo que no fue competitiva en comparación del rendimiento que ofrecen las turbinas convencionales.

Por otra parte, este problema tiene mucho interés en la aplicación práctica, por ejemplo, en el diseño de bombas centrífugas que fue estudiado por Breiter & Pohlhausen [10] a partir de las aproximaciones linealizadas de la capa límite de las ecuaciones de Navier-Stokes, donde derivaron las expresiones analíticas de las componentes de velocidad y la presión, mostrando que la solución depende de la viscosidad cinemática, la velocidad angular y la distancia entre los discos. También proporcionaron una solución numérica de las ecuaciones no linealizadas utilizando el método de diferencias finitas con un perfil de entrada constante.

El análisis de un flujo laminar de un fluido newtoniano incompresible entre dos discos con una admisión radial ha sido estudiado con anterioridad por Boyd & Rice [11]. En el que definieron el problema completamente a través de las ecuaciones de Navier-Stokes, y las resuelven a partir de la discretización de estas por el método de diferencias finitas, para de esta manera obtener una solución numérica del modelo teorizado. El problema cuenta con tres parámetros: número de Reynolds, tasa de flujo y velocidad tangencial. Por otra parte, la verificación experimental de la transición de flujo turbulento a laminar en flujo radial hacia afuera entre dos discos paralelos estacionarios fue proporcionada anteriormente por Kreith [12], y que además presenta criterios cuantitativos para el estado radial en el que se presenta dicha transición de dicho flujo. La conclusión de Rice & Boyd es que ocurre un fenómeno similar en su caso de estudio (flujo hacia dentro) para ciertos valores del radio interior, sin embargo, los autores mismos mencionaron que no se contaban con datos experimentales de sus resultados por lo que el análisis se puede decir que solamente funciona en la teoría y no necesariamente en la práctica.

En estudios más recientes a partir de un estudio experimental y computacional desarrollado para un flujo viscoso entre discos paralelos de una turbina Tesla por Lemma et. al. [13], en el que sus resultados experimentales mostraron que para su particular configuración tomada, la

turbina Tesla tuvo una eficiencia isoentrópica del 18-25%. Guha & Sengupta [14], desarrollaron la teoría matemática que describe el experimento realizando las mismas consideraciones, obteniendo las ecuaciones de momento, sin embargo, las soluciones de estas ecuaciones fueron integradas y graficadas de manera numérica para ciertas condiciones en la frontera y un perfil de velocidad parabólico. Los resultados mostraron que el modelo matemático tiene congruencia con los resultados experimentales y además como sugerencia los autores proponen que se debe considerar la rugosidad de los discos para ver qué papel desempeña en los parámetros de salida del dispositivo.

En otro estudio experimental Engin et. al. [15] diseñaron un ventilador tipo Tesla de varios discos, que probaron y analizaron bidimensionalmente, utilizando el principio de conservación del momento angular. Los resultados experimentales mostraron que tales ventiladores de disco múltiple exhibían características de rendimiento excepcionalmente bajas, lo que podría atribuirse a la baja viscosidad, naturaleza tangencial del flujo y grandes pérdidas de energía mecánica en las secciones de succión y descarga que son comparables a la potencia de entrada total. Mientras que en el análisis teórico obtuvieron los esfuerzos de corte locales y generales en las superficies del disco, la potencia total transmitida por los discos giratorios al flujo de aire, y la potencia adquirida por el flujo de aire en el espacio debido a la transferencia del momento angular, integrando numéricamente tensiones de corte sobre las superficies del disco. Utilizando el eje medido y las potencias hidráulicas, estas cantidades se utilizaron para evaluar las pérdidas de energía mecánica asociadas con las secciones de succión y descarga del ventilador.

Batista [16] propuso una solución particular analítica de las ecuaciones de Navier-Stokes. La solución deriva de la evolución asintótica de componentes desconocidos de la velocidad y la presión en dirección radial, en contraste con la solución analítica de [10]. El sistema que obtuvo de ecuaciones diferenciales ordinarias forma relaciones recurrentes a partir de las cuales pueden calcularse sucesivamente funciones desconocidas. El ejemplo numérico desarrollado en el artículo demuestra concordancia con resultados obtenidos por otros autores utilizando diferentes métodos.

Mediante la aplicación de la dinámica de fluidos computacional (CFD), Guha & Sengupta [3] llevaron a cabo un estudio más profundo al que desarrollaron anteriormente [14], por medio del software comercial Fluent 6.3.26, la geometría del dispositivo fue creada por el software

comercial GAMBIT 2.4.6.; los resultados que obtuvieron de la teoría matemática y los resultados de las simulaciones computacionales, convergen para valores pequeños de espacio entre los discos. Un punto importante obtenido en los resultados de la simulación CFD es que en dirección axial (eje Z) la presión no varía lo que corrobora que se supuso en el modelo matemático acertadamente la consideración que la presión no varía en el eje Z o que su gradiente es cero, por otro lado, también se demuestra que se puede escoger de manera acertada el perfil de velocidad parabólico obteniendo la velocidad máxima en la distancia media entre los dos discos y disminuyendo hasta cero en las paredes de los mismos. Por último, se puede decir que la operación de la turbina Tesla depende de varios parámetros propios de los fluidos y de la configuración geométrica de la misma, siendo los más importantes la distancia entre los discos, su diámetro, el ángulo de entrada de los fluidos, además de sus propiedades físicas como velocidad, presión y viscosidad, por citar las más importantes.

Con anterioridad se han realizado estudios con fluidos newtonianos, sin embargo, debido a la necesidad de sistemas de película de compresión que operan bajo diferentes condiciones severas, el creciente uso de aceites mezclados con polímeros de alto peso molecular como lubricantes han recibido una gran atención en su desarrollo de aplicación. Además de fluidos newtonianos también se han realizado diferentes investigaciones con fluidos no newtonianos aplicando los diferentes modelos de viscosidad según el tipo de fluido, por ejemplo, se ha aplicado el modelo de fluido de ley de potencias para investigar los efectos no newtonianos de los lubricantes sobre las prestaciones de la película de compresión entre discos circulares o anulares por [17-20].

Lin [18] aplicó un modelo diferente al de la ley de potencias para describir un fluido no newtoniano. En este modelo, la relación entre el esfuerzo cortante y la velocidad de deformación siguen la ley de esfuerzo cortante cubico para el flujo de fluido unidimensional, es importante hacer notar que al igual en las otras leyes para fluidos no newtonianos, esta ley fue deducida empíricamente de los experimentos. En el análisis matemático del sistema, Lin supone que la teoría de la película delgada de la lubricación hidrodinámica es aplicable en el estudio citado. Entonces, las ecuaciones de momento y la ecuación de continuidad que rigen el movimiento de un fluido incomprensible de Rabinowitsch se pueden obtener de Lin [19] y Hashimoto [20].

En un análisis con mayor extensión y profundidad con fluidos no newtonianos Griffiths [21] desarrolló 3 tipos de modelos para fluidos no newtonianos: ley de potencias, modelo de Bingham y el modelo de Carreau. Cada uno de ellos describe la viscosidad como función de diferentes parámetros y que para ciertas condiciones la ecuación o el modelo, se vuelve la ley de viscosidad de Newton. Griffiths obtuvo un modelo matemático particular para cada uno de los modelos no newtonianos. Mediante una aproximación de la teoría de la capa límite, seguida de la introducción de una solución similar de Von Karman [4], las ecuaciones diferenciales parciales se reducen a un conjunto de cinco ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden que se resuelven utilizando una rutina de cuadratura Runge-Kutta de cuarto orden, con un esquema de iteración de Newton. Los resultados ofrecidos por este trabajo sugieren que los fluidos con el modelo de la ley de potencias concuerdan con investigaciones anteriores, por el contrario para fluidos con el modelo de Bingham la aproximación de la teoría de la capa límite es insignificante en sus resultados, por lo que es necesario un modelo de fluido no newtoniano más completo como el modelo de Carreau, el cual no sufre de ninguna de las fallas no físicas que se encuentran al emplear los modelos de ley de potencia o de viscosidad de plástico de Bingham, y como tal, es aplicable a todas las velocidades de corte. Por lo tanto, Griffiths sugiere que los resultados presentados en la sección de flujo medio constante proporcionan una representación mucho mejor de la naturaleza del flujo de la capa límite para el espesamiento por esfuerzo de corte y los fluidos no newtonianos que se adelgazan al ser sometidos a un esfuerzo de corte.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

2.1. Principio de Operación de la Turbina Tesla

El propósito de la turbina Tesla era el de superar las deficiencias que presentaban otro tipo de turbinas como: vibraciones mecánicas, cambios en la velocidad, choques, los métodos que utilizaban para impartir o derivar energía a partir de un fluido, tales como pistones, álabes, paletas y palas, lo que introducía numerosos defectos, limitaciones, complicada y tardada fabricación, mantenimiento laborioso y alto costo. A partir de efectuar la transmisión y transformación de la energía mecánica a través de la aplicación de fluidos de una manera más eficiente, por medios más simples y de menor costo, llevando a cabo que el fluido impulsor se desenvuelva en caminos naturales o líneas de corriente de menor oposición, libre de restricciones o perturbaciones como las ocasionadas por álabes o dispositivos afines, evitando así pérdidas debidas a las variaciones bruscas mientras que el fluido se encuentra suministrando energía. En principio, la principal aplicación que buscaba su inventor era la de utilizar esta turbina para generar energía eléctrica de forma barata y limpia. La figura 2.1, muestra una turbina que fue construida por Tesla [22].

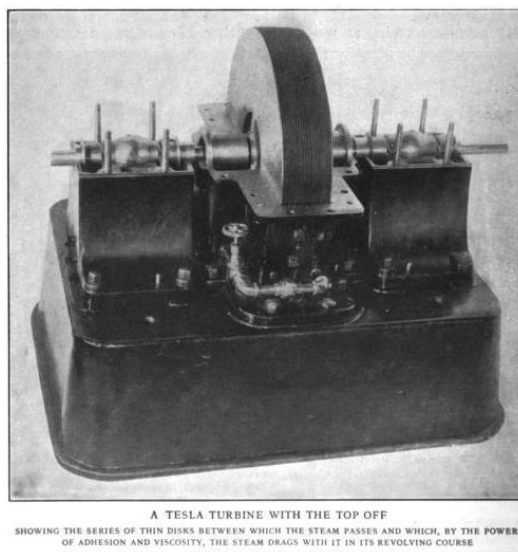


Figura 2.1. Turbina Tesla Original.

Este tipo de turbo-maquinaria está compuesta de una forma diferente a las convencionales, debido a que su rotor está compuesto por discos que están acomodados de forma paralela entre sí, espaciados una distancia determinada a lo largo del eje y perpendiculares al mismo. Como resultado del paso continuo del fluido entre los discos se obtiene una transferencia de momento entre el fluido de operación y los discos, lo cual desarrolla un par y potencia de salida en el eje [23].

Un cuerpo sólido en el que se pone un fluido en movimiento será impulsado por el efecto de capa límite, tal es el caso de dos placas paralelas en el cual las partículas del fluido intercambian cantidad de movimiento con el sólido provocando un cambio en su inercia o su velocidad según sea el caso. Por el contrario, al utilizar un sólido en movimiento alrededor de un fluido esté impulsará el fluido provocando los mismos efectos descritos anteriormente. Es de esperarse que de la misma manera que funciona para el flujo entre dos placas paralelas, sea igual o similar para el flujo entre dos discos paralelos. Este principio es la piedra angular para el funcionamiento de una turbina Tesla, pudiendo también desempeñarse de manera reversible. La figura 2.2 muestra el perfil de velocidades que comienza de forma lineal hasta desarrollarse un perfil parabólico que se forma en el flujo de fluido entre dos discos [24].

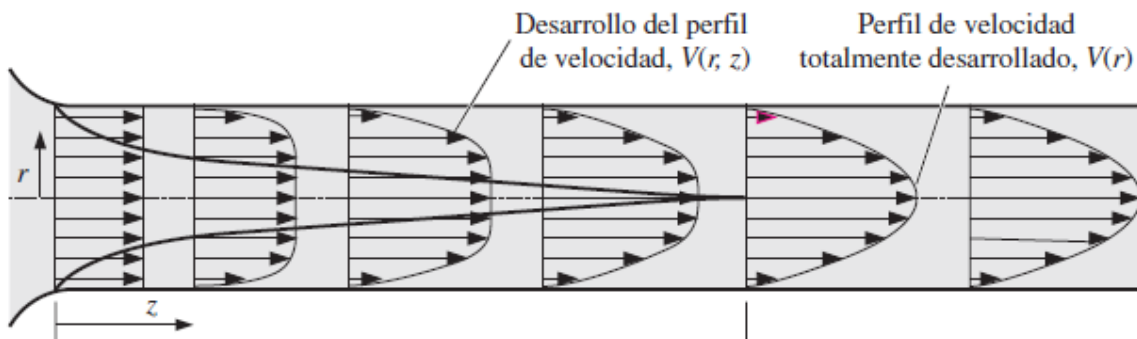


Figura 2.2. Flujo entre dos discos.

Cuando el fluido entra a la turbina Tesla de forma tangencial a la superficie de los discos, se puede decir que a partir de la viscosidad y la adhesión hay un intercambio de cantidad de movimiento o energía entre el fluido y los discos. El fluido entra en contacto con los discos y éste comienza a fluir en un primer instante de manera tangencial, por lo tanto, la componente tangencial del vector velocidad tenderá a cero para un sistema de referencia inercial a la

superficie del disco, entonces la única componente de velocidad del fluido que no es cero es la componente radial que se dirige hacia el centro del disco, de manera que el fluido es empujado hacia la descarga a través de los orificios entre los discos, sin embargo, por principio el fluido busca la trayectoria que le represente menor resistencia y fluye en forma de flujo centrípeto en forma de espiral hacia la salida (que es lo que vería un observador externo), velocidad de avance, pero los discos incrementan su velocidad a medida que el fluido avanza a través de su superficie y escapa por las aberturas centrales. Conforme los discos adquieren la velocidad del líquido que fluye a través de ellos, se debe buscar un flujo laminar entre los discos para obtener una máxima eficiencia [25], la figura 2.3 muestra un ejemplo de la trayectoria que seguiría una línea de corriente desde la entrada de fluido por la boquilla (tobera), hasta su escape por el centro de los discos, además ilustra algunas de las partes básicas de la turbina Tesla [9].

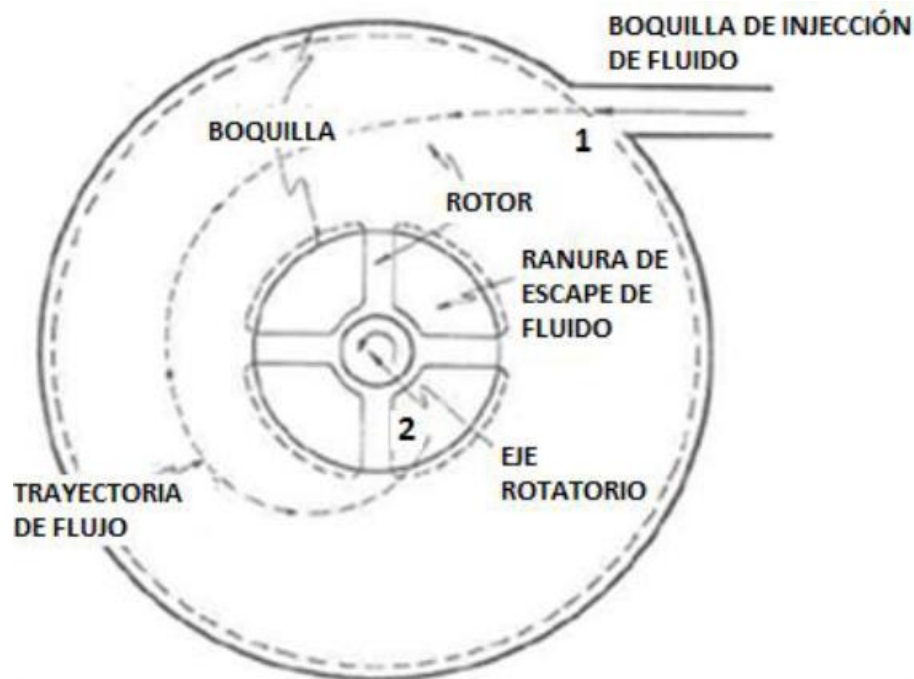


Figura 2.3. Trayectoria del fluido entre los discos de la turbina Tesla.

2.2. Elementos que Conforman una Turbina Tesla.

La figura 2.4a es una vista frontal, mientras que la figura 2.4b es una vista de sección transversal vertical de una turbina Tesla [8].

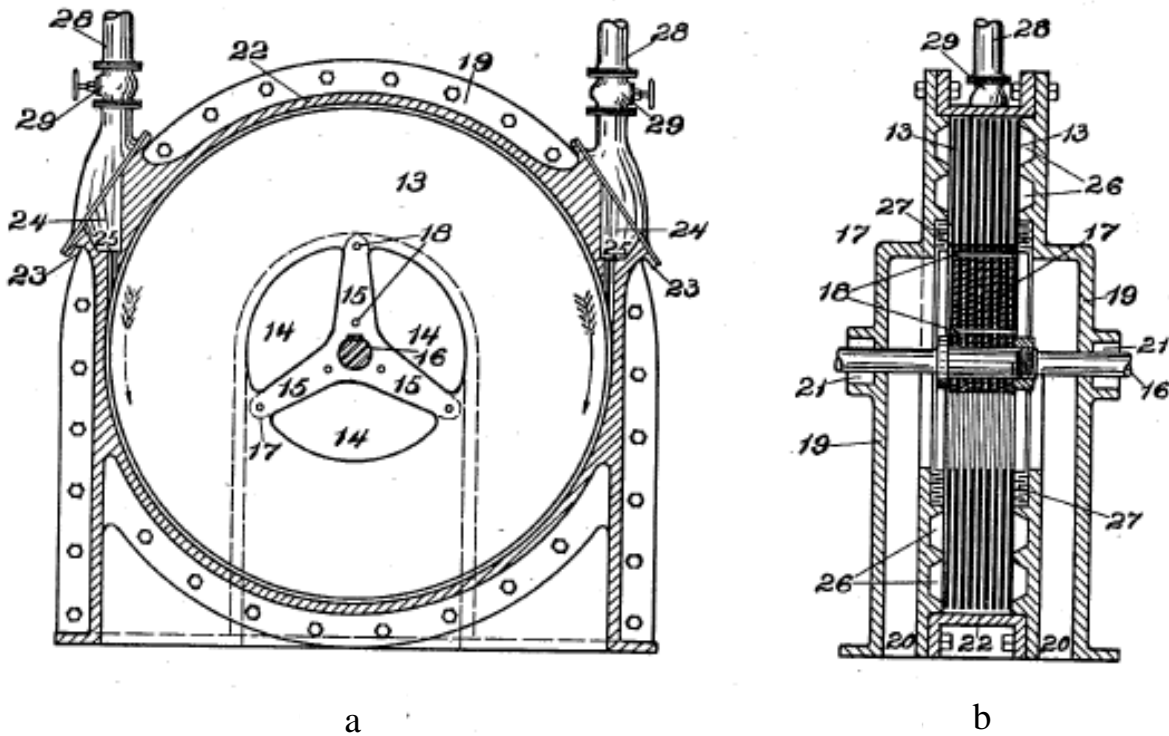


Figura 2.4. Turbina de Tesla.

2.2.1. Rotor

Según [8], y haciendo referencia a la figura 2.4, la turbina está constituida por un conjunto de discos paralelos rígidos (13) de un diámetro de acuerdo con sus características de diseño, insertados a un eje (16), a su vez los discos se encuentran separados una cierta distancia por unas arandelas intermedias (17) y sujetos en su posición por una tuerca roscada (11) y un resalte (12). Los discos tienen ranuras (14) adyacentes al eje y los rayos (15), los cuales su forma es resultado de las ranuras adyacentes.

De acuerdo a la teoría de la capa límite [26], el claro o espacios entre los discos debe de ser tan pequeño de manera que sea posible establecer una capa límite entre el fluido y los discos. Según Rice [27], el valor más alto de eficiencia se obtiene cuando las distancias entre los discos son igual al doble del espesor de la capa límite. Por lo que el claro entre los discos depende de

las condiciones del flujo y propiedades físicas del fluido de operación, además hay que tomar en cuenta que el espesor de los discos debe ser tal que soporte los esfuerzos desarrollados durante la operación de la turbina verificando las propiedades físicas del material (dureza, etc.), proceso de fabricación, tratamiento térmico, forma geométrica y ensamblaje de estos. En conclusión, se puede decir que se busca que los discos sean los más delgados posible, así como la distancia que los separa. La figura 2.5 muestra un rotor de una turbina Tesla [9].

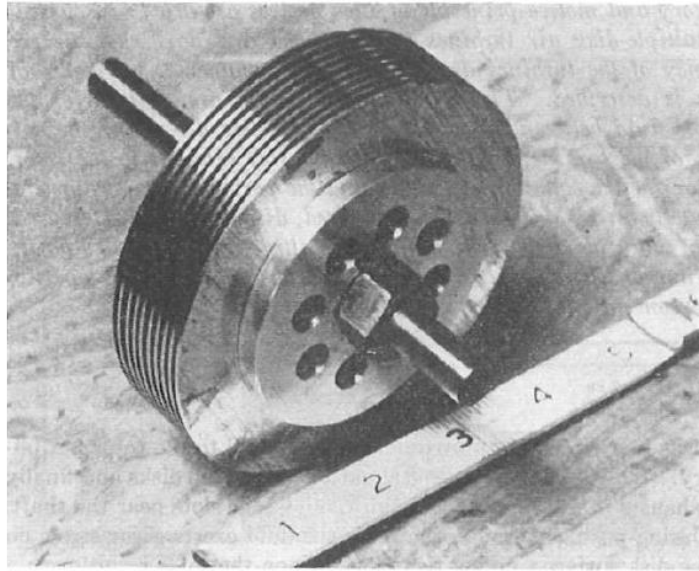


Figura 2.5. Rotor de una turbina Tesla.

2.2.2. Estator

De acuerdo con [8] y haciendo referencia en la figura 2.4, el rotor está montado en una carcasa que está comprendida por dos piezas extremas (19), las cuales cada una contiene una cavidad (21) para alojar los cojinetes o baleros para el eje (16) y unas salidas (20). Las piezas extremas se unen mediante un anillo central (22), el anillo tiene una geometría central en la cual su diámetro interior es ligeramente mayor al de los discos (13), tiene extensiones de brida (23) y entradas (24), las cuales finalizan con unas boquillas que son insertables. Las ranuras circulares (26) y el embalaje de laberinto (27) están diseñados del lado del rotor. Las tuberías de alimentación (28), con válvulas (29) están conectadas con las extensiones de brida (23) del anillo central (22), estando una de las dos válvulas normalmente cerrada. Según la válvula que se abra será el sentido de rotación que adquirirá la turbina en su operación.

2.2.3. Toberas

Este componente tiene la función de convertir la energía almacenada en forma de presión en energía cinética direccionada. Para obtener un flujo de altas velocidades por medio de este dispositivo se reduce el área del conducto en la dirección del flujo, esto induce un gradiente de presión favorable produciendo la aceleración del fluido a través de esta [23]. La figura 2.6 muestra dos toberas comunes [28]:

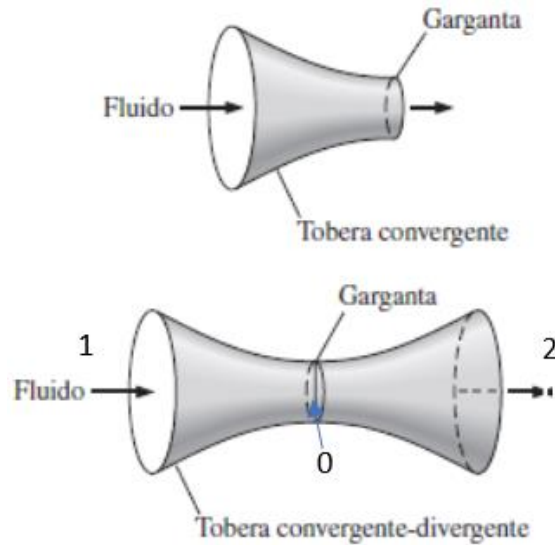


Figura 2.6. Tobera convergente y tobera convergente-divergente.

El flujo a través de una tobera se conserva, o sea, que el flujo que entra es igual al que sale de ella, teniendo así un flujo másico continuo que se puede expresar de la siguiente manera:

$$\dot{m} = \frac{A_0 v_0}{\Psi_0} = \frac{A_1 v_1}{\Psi_1} = \frac{A_2 v_2}{\Psi_2}, \quad (2.1)$$

donde A es el área de sección transversal, v la velocidad y Ψ el volumen específico del fluido. Los subíndices indican la zona de la tobera que se está considerando, para el caso de una tobera convergente-divergente de la figura 2.6. De acuerdo con esta figura y tomando como fluido de trabajo el vapor, los puntos 1, 0 y 2 indican la entrada, la garganta (estrangulación) y la salida, respectivamente, de la tobera donde el fluido se desplaza en régimen permanente. Conforme el fluido se mueve de 1 a 0 y de 0 a 2 se desplaza de una zona de alta presión a otra de más pequeña, aumentando su volumen, como consecuencia cada elemento se acelera por la expansión de los elementos de fluido que le siguen [29].

Puesto que el fluido sufre cambios en sus propiedades termodinámicas como la presión durante el proceso en una tobera, es posible realizar un modelo isentrópico (entropía constante) que relacione estas propiedades. El balance de energía se describe como [30]:

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2} = h_2 + \frac{v_2^2}{2} = h + \frac{v^2}{2} = \text{constante}, \quad (2.2)$$

ó

$$h_1 - h_2 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2}, \quad (2.3)$$

donde h representa la entalpía. Por lo tanto, a partir de estas definiciones se puede decir que la variación de entalpía es igual a la ganancia de energía cinética. En la mayoría de los casos la velocidad v_1 es muy pequeña y por tanto despreciable, entonces:

$$h_1 - h_2 = \frac{v_2^2}{2}. \quad (2.4)$$

El diseño correcto de una tobera de caras rectas desde la garganta hasta la salida, su eficiencia con base en la velocidad puede alcanzar hasta un 97%, lo cual corresponde a un desempeño que comprende entre el 92 hasta un 94%.

En investigaciones previas sobre la turbina Tesla se ha llegado a la conclusión que las toberas (o boquillas) por donde ingresa el fluido juegan un papel fundamental en la operación y desempeño de esta, ya que se desarrollan diferentes tipos de pérdidas de energía que repercuten en la eficiencia global de la turbina.

Los estudios experimentales realizados por [9] y [31] sugieren que se debe dar la misma importancia a cada uno de los componentes fundamentales de la turbina Tesla para asegurar un desempeño alto, sin embargo, poco énfasis se les ha dado a las boquillas en investigaciones posteriores. Warren Rice describe el problema de las boquillas de la siguiente manera:

En general, se ha encontrado que la eficiencia del rotor puede ser muy alta, por lo menos igual al alcanzado por rotores convencionales. Pero, ha resultado muy difícil de lograr boquillas eficientes en el caso de las turbinas. Como resultado, solo una modesta eficiencia de la turbina se ha demostrado [32].

2.3. Concepto de Viscosidad

La viscosidad es una medida de “la fricción de un fluido” o de su “resistencia a fluir” [33]. Todos los fluidos presentan esta propiedad, debido a esto presentan una oposición cuando se induce su movimiento, por ejemplo, en un flujo laminar la viscosidad resulta de la cohesión y del intercambio de momentum molecular entre las capas del fluido, lo que produce esfuerzos tangenciales o de corte entre sus capas en movimiento [34]. Para una mejor comprensión se puede considerar un experimento hipotético entre dos placas paralelas de área “ a ” y separación “ c ”. La separación entre las dos placas está cubierta por un fluido como se observa en la figura 2.7 [35]. La placa inferior esta fija pero la placa superior esta libre. Si a la placa “libre” se le aplica una fuerza “ P ” la placa se desplazará a una velocidad constante V_p . Este movimiento provocará un esfuerzo de corte sobre el fluido el cual se deformará continuamente desde una velocidad cero (en la placa fija) hasta la velocidad V_p de la placa superior, por lo tanto, el fluido se mueve con una velocidad $v = v(y)$ que varía de forma lineal con la siguiente relación: $v = V_p y/c$. El gradiente de velocidad que se desarrolla entre las placas es dv/dy . Para este caso particular donde el gradiente de velocidad es constante se tiene que $dv/dy = v/c$. Es importante mencionar que para flujos más complejos esta relación no es aplicable [35].

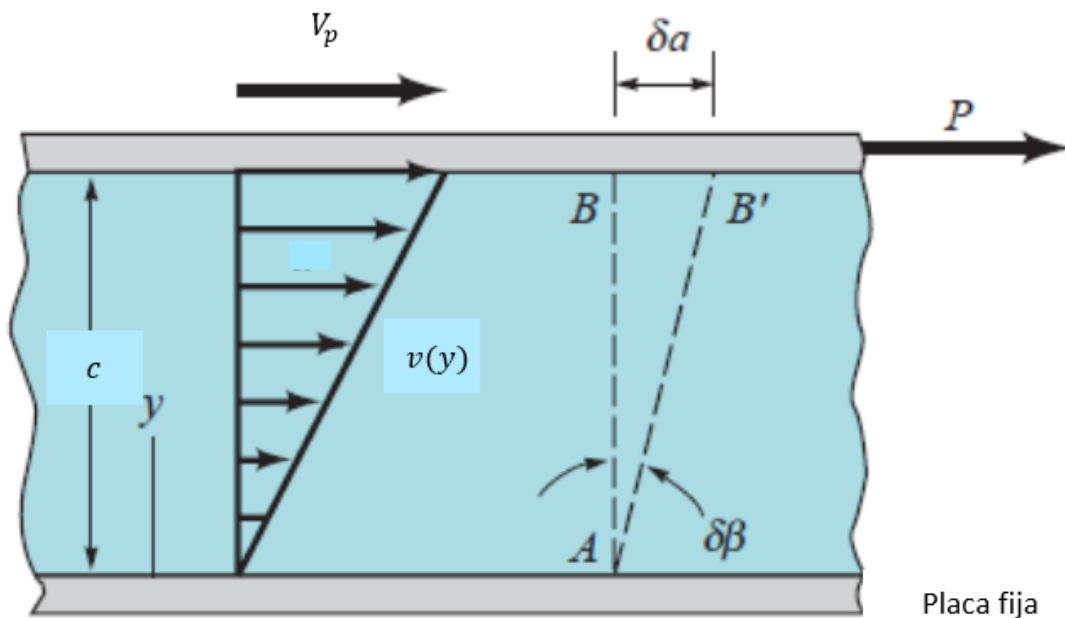


Figura 2.7. Desarrollo de un flujo constante en un canal entre dos placas separadas por una distancia c cuando una de las placas se mueve con una velocidad V_p .

Este experimento revela que al aumentar la fuerza “P”, el esfuerzo de corte “ τ ” ($\tau = P/A$) se verá afectado aumentando de la misma manera que la velocidad de deformación, por lo tanto, existe una proporción directa entre el esfuerzo de corte y la velocidad de deformación, que es:

$$\tau \propto \frac{dv}{dy}, \quad (2.5)$$

para obtener la igualdad se introduce una constante de proporcionalidad:

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy}, \quad (2.6)$$

donde “ μ ” es conocida por viscosidad dinámica o absoluta.

Entre las moléculas de un fluido existen fuerzas moleculares que se denominan de cohesión. Al desplazarse unas moléculas con relación a otras se produce una fricción. Por otra parte, al estar en contacto un fluido con un sólido y al existir un movimiento relativo entre sus moléculas se origina una fuerza de adhesión. El coeficiente de fricción interna de un fluido se denomina viscosidad (μ) [36].

La viscosidad (μ) depende de parámetros los cuales pueden modificar su valor, tales como la presión, la temperatura y la microestructura, debido a este último, la viscosidad de los líquidos y los gases tiene un comportamiento diferente. A continuación, se hace una breve descripción de la estructura molecular de estos dos estados de la materia [33]:

1. En los gases, las moléculas están separadas por distancias mucho mayores comparadas con el diámetro molecular y ellas interactúan principalmente mediante colisiones intermoleculares. Si la escala de velocidad es pequeña comparada con la velocidad de fluctuante de las moléculas y la escala de longitud es grande en comparación con la distancia entre las moléculas, la viscosidad del gas es independiente de la velocidad de deformación, pero tendrá una alta dependencia de la temperatura ya que la viscosidad aumentará proporcionalmente a \sqrt{T} , donde “T” es la temperatura en grados Kelvin.
2. En los líquidos, la separación entre las moléculas es comparable a la longitud molecular. Debido a esto, la viscosidad tiene una gran dependencia de la temperatura y de la velocidad de deformación. El flujo en líquidos se produce debido al deslizamiento de las

capas de este que pasan entre sí, y esto es más sencillo cuando se incrementa la temperatura y las moléculas tienen una mayor velocidad fluctuante. A partir de esto se puede decir que generalmente la viscosidad disminuye con el aumento de la temperatura. Sin embargo, la dependencia de la velocidad de deformación es mucho más compleja de describir.

En el análisis de dinámica de fluidos en el que las fuerzas de fricción y de inercia juegan un papel importante, se puede considerar la relación entre la viscosidad “ μ ” y la densidad “ ρ ”, esta relación es conocida como la “viscosidad cinemática” y se define como:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}. \quad (2.7)$$

2.3.1. Influencia de la Temperatura en la viscosidad

La temperatura tiene un efecto considerable sobre la viscosidad; mientras que la presión influye en menor proporción [37]. La viscosidad de los gases y algunos líquidos aumenta lentamente con la temperatura; el agua muestra una ligera disminución. Como las variaciones de viscosidad representan una mínima fracción hasta las 100 atm, pueden ser despreciados los efectos de la presión y plantear dos modelos conocidos que describen el cambio de la viscosidad con la temperatura:

$$\frac{\mu}{\mu_0} \approx \left(\frac{T}{T_0}\right)^n \quad \text{Ley de potencias, (2.8)}$$

$$\frac{\mu}{\mu_0} \approx \frac{\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{3}{2}} (T_0 + S_t)}{T + S_t} \quad \text{Ley de Sutherland, (2.9)}$$

donde μ_0 es la viscosidad conocida a una temperatura absoluta de referencia T_0 (generalmente, 273° K). Las constantes n y S_t se ajustan a los datos y ambas ecuaciones son adecuadas para un amplio margen de temperaturas.

Los fluidos pueden ser clasificados de manera más general mediante su relación entre el esfuerzo de corte que se aplica y la relación de deformación [30]. A continuación, se da una descripción de los dos grupos de fluidos según la definición antes descrita:

2.3.2. Fluidos newtonianos

Son todos aquellos que mantienen una relación lineal entre el esfuerzo de corte y la velocidad de deformación, por ejemplo, el agua y el aire. Retomando la ecuación (2.6) y considerando el fenómeno unidireccional en “x”, se puede expresar esta relación mediante la siguiente ecuación:

$$\tau_{yx} = \mu \frac{dv_x}{dy}. \quad (2.10)$$

La ecuación (2.10) representa la ley de viscosidad de Newton. Los fluidos que siguen esta ecuación son llamados “fluidos newtonianos”.

2.3.3. Fluidos no-newtonianos

De acuerdo con la ley de viscosidad de Newton (ecuación 2.9), la gráfica representativa de un fluido newtoniano determinado debe ser una línea recta que pasa por el centro del eje de coordenadas y cuya pendiente es la viscosidad del fluido a una cierta temperatura y presión. En la experimentación se ha demostrado que para fluidos homogéneos no polimerizados el esfuerzo de corte es directamente proporcional a la variación de velocidad, sin embargo, existen fluidos que no siguen esta ley, es por ello, que a estas sustancias se les conoce como “fluidos no newtonianos”. Los fluidos no newtonianos son estudiados actualmente por una ciencia llamada “reología”, es decir, la ciencia del flujo y deformación. Extendiendo su campo de estudio desde los fluidos newtonianos, hasta la elasticidad de Hooke [38].

El comportamiento reológico, en un estado permanente, para algunos de los fluidos que se describen en la figura 2.8. Se puede describir de una manera más generalizada, como sigue:

$$\tau_{yx} = \eta \frac{dv_x}{dy}, \quad (2.11)$$

en este caso η puede definirse como una función de la variación de velocidad o del esfuerzo cortante indistintamente. En las regiones en las que η disminuye al aumentar el gradiente de velocidad el comportamiento se denomina Pseudoplástico, por el contrario, si η aumenta con el gradiente de velocidad se le llama dilatante. Como una posibilidad directa si η no depende del gradiente de velocidad, el fluido es newtoniano y como consecuencia: $\eta = \mu$.

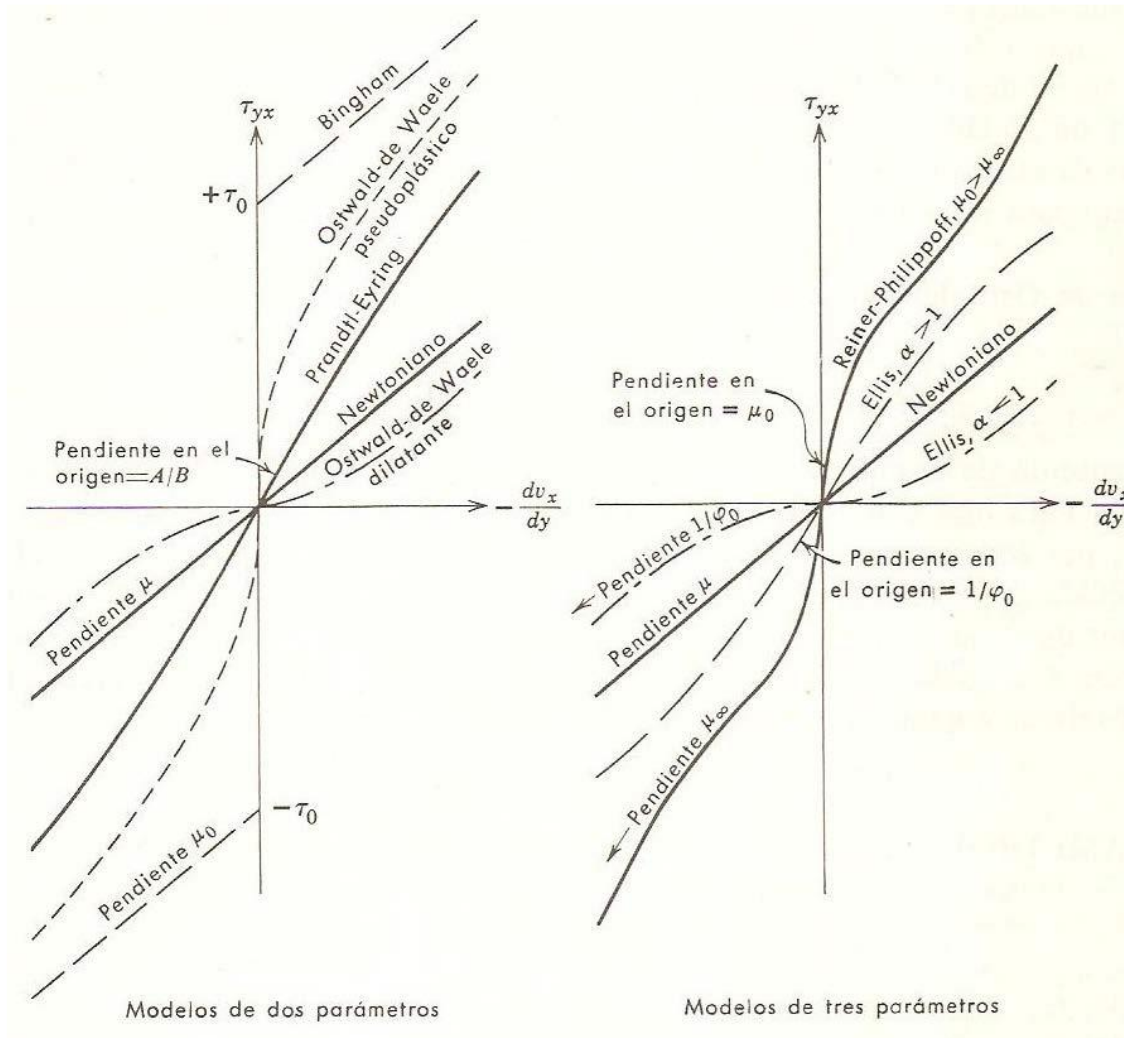


Figura 2.8. Gráficas comparativas para fluidos newtonianos y no newtonianos siendo de lado izquierdo modelos de dos parámetros y del derecho modelos de tres parámetros.

La figura 2.8 es una descripción gráfica del comportamiento reológico (viscoso) de los fluidos [38]. Es importante remarcar que estos modelos no son más que ecuaciones empíricas a las que se ha llegado ajustando curvas y por consiguiente deben ser usadas solo con los datos extraídos de la experimentación, por otra parte, algunos de los parámetros de cada ecuación son

funciones de la presión, temperatura, composición del fluido y del gradiente de velocidad para el cual ha sido ajustada la ecuación.

En esta investigación solo se utilizó el modelo de Ostwald-de Waele, es por ello, que se limita a solo explicar este modelo matemático de los muchos que existen para los fluidos no newtonianos.

2.3.4. Modelo de Ostwald-de Waele

$$\tau_{yx} = m \left| \frac{dv_x}{dy} \right|^n, \quad (2.12)$$

esta ecuación es más conocida como “ley de potencias” para un flujo unidimensional, donde el significado del término “n” se le denomina índice de comportamiento del fluido y “m” el índice de consistencia. Para n=1, esta ley se transforma en la ley de viscosidad de Newton, siendo $m = \mu$; por consiguiente, la medida de la desviación del valor de n con respecto a la unidad es una medida del grado de desviación del comportamiento newtoniano [38]. Se puede reescribir la ecuación (2.14) como:

$$\tau_{yx} = m \left| \frac{dv_x}{dy} \right|^{n-1} \frac{dv_x}{dy} = \eta \frac{dv_x}{dy}, \quad (2.13)$$

siendo $\eta = m|du/dy|^{n-1}$ el cual es denominado como índice de viscosidad aparente. Muchos de los fluidos no newtonianos tienen viscosidades tan altas comparadas con la viscosidad del agua. Cuando $n < 1$ el comportamiento es pseudoplástico, por el contrario, si $n > 1$ el comportamiento es dilatante.

CAPÍTULO 3

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

3.1. Fenómeno Físico.

En este capítulo, se presenta una explicación acerca de las diferentes condiciones físicas que se desarrollan y tienen un efecto en el funcionamiento de una turbina Tesla, partiendo desde la entrada del fluido por las toberas, su paso e interacción con los discos, hasta su escape del dispositivo. Además, se presentan dos modelos matemáticos con los que se puede diseñar la turbina y determinar el torque, potencia y eficiencia.

3.1.1. Velocidad del fluido

En una turbina Tesla dependiendo de la orientación de las toberas se obtiene una velocidad y un ángulo “ α ” que juntos representan el vector velocidad \bar{v} del fluido que sale de la tobera para ponerse en contacto con los discos, esta velocidad se puede comprender de una manera más sencilla descomponiendo este vector \bar{v} en un sistema de coordenadas rectangulares siendo v_c la componente que se dirige hacia el centro de los discos y una velocidad tangencial v_t que a su vez se puede descomponer en dos velocidades. En cuanto el fluido se pone en contacto con los discos la velocidad tangencial del fluido es mucho más grande que la velocidad lineal de los discos, por lo tanto, se tiene una velocidad relativa V , cuanto mayor sea la diferencia entre estas dos velocidades mayor será la transferencia de momento causada por las fuerzas viscosas. La figura 3.1 representa el triángulo de velocidades del flujo que se pone en contacto con los discos de una turbina Tesla.

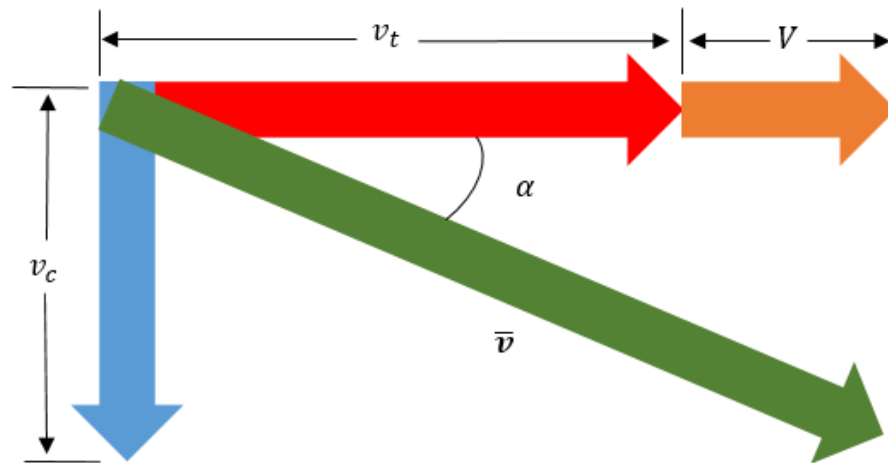


Figura 3.1. Triángulo de velocidades del flujo en una Turbina Tesla.

3.1.2. Aceleración Centrípeta y Coriolis

Debido a la naturaleza del flujo en una turbina Tesla, el cual se desarrolla desde una o varias boquillas en el estator (o carcasa) hasta el centro de los discos para posteriormente salir de la turbina. Durante el recorrido del fluido este experimenta dos tipos de aceleraciones:

- Aceleración Centrípeta (normal). –

Cualquier partícula o cuerpo que se mueve con una trayectoria curvilínea con una velocidad, experimenta continuamente un cambio en la dirección de su movimiento, por lo tanto, se tendrá un cambio en su velocidad, la magnitud del cambio en la dirección de la velocidad con respecto al tiempo es la “aceleración centrípeta” y está dirigida hacia el centro de rotación. De esta misma manera las partículas del fluido que se mueven en trayectorias en forma de espiral en una turbina Tesla experimentan esta aceleración.

- Aceleración de Coriolis. –

Cuando una partícula de un fluido se mueve en dirección de “r” y “θ” en un sistema de coordenadas cilíndricas experimenta un efecto en dirección de “θ”, el cual es conocido como el efecto Coriolis. Se puede explicar de la siguiente manera: al observar un sistema de referencia en rotación cuando hay un cuerpo que se encuentra en movimiento respecto a dicho sistema de referencia y existe una aceleración relativa del cuerpo en dicho sistema de rotación, este sufrirá el efecto Coriolis.

Cada una de estas aceleraciones produce una fuerza volumétrica al ser relacionada con la densidad del fluido [38], las cuales pueden ser expresadas de la siguiente forma respectivamente:

$$F_{ce} = \rho \frac{v_{\theta}^2}{r}, \quad (3.1)$$

$$F_{co} = \rho \frac{v_r v_{\theta}}{r}. \quad (3.2)$$

Cada una de estas fuerzas contribuyen en el movimiento del fluido a través de la turbina y, por tanto, en su funcionamiento y desempeño. En la figura 3.2 se muestra las trayectorias del fluido desde su entrada hasta su escape de la turbina [39].

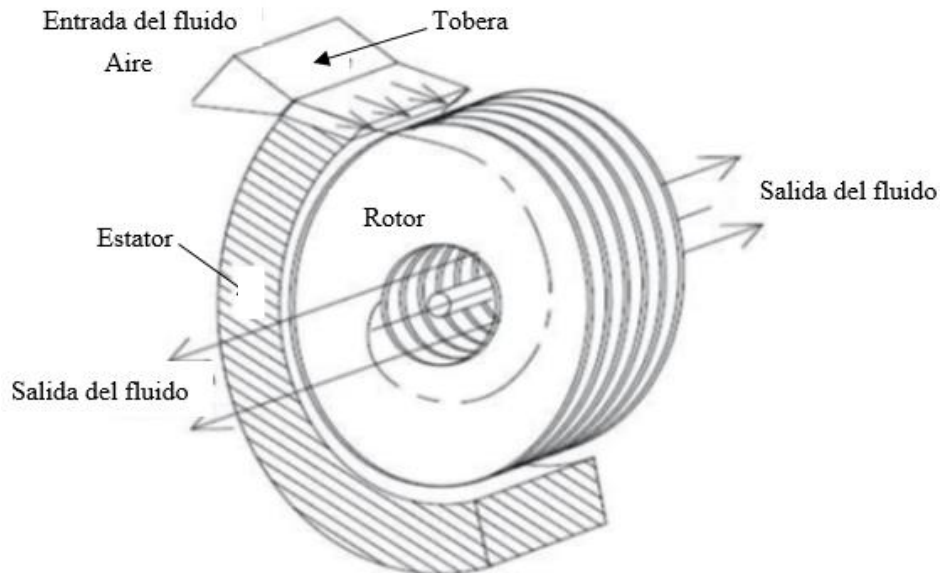


Figura 3.2. Flujo alrededor de los discos en una turbina Tesla.

3.1.3. Ecuación de estado para gases ideales

En los gases se puede relacionar sus propiedades termodinámicas por medio de ecuaciones de estado que varían de una sustancia a otra. En general, todos los gases a altas temperaturas y bajas presiones siguen muy bien la ley de los gases ideales:

$$p = \rho RT, \quad (3.3)$$

donde $R = C_p - C_v =$ constante del gas.

3.1.4. Compresibilidad de los fluidos

La compresibilidad es una medida del cambio de volumen de un fluido bajo la acción de fuerzas externas. La conexión que define el cambio de volumen con el módulo de elasticidad “E” viene dada por:

$$\Delta p = -E \frac{\Delta V}{V_o}, \quad (3.4)$$

donde $\Delta V/V_o$ denota el cambio relativo en el volumen provocado por un cambio en la presión Δp . La compresibilidad de los líquidos es casi nula y en la mayoría de los casos prácticos se consideran los líquidos como incompresibles.

En el caso de los gases, es necesario considerar si los cambios en la presión provocados por el movimiento del fluido causan grandes cambios en el volumen. En vez de considerar el volumen, se puede estimar el cambio en su densidad, ρ . Debido a la conservación de la masa, se puede escribir: $(V_o + \Delta V)(\rho_o + \Delta\rho) = V_o\rho_o$, por tanto,

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_o} = -\frac{\Delta V}{V_o}, \quad (3.5)$$

sustituyendo la ecuación 3.5 en 3.4, queda:

$$\Delta p = E \frac{\Delta\rho}{\rho_o}. \quad (3.6)$$

Consecuentemente el flujo de un gas puede ser considerado incompresible cuando el cambio relativo en la densidad se mantiene muy pequeño:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_o} \ll 1. \quad (3.7)$$

3.1.5. Número de Mach

En el análisis de flujo de fluidos es importante considerar si esté es compresible o incompresible. Existe un parámetro por medio del cual se puede determinar si se desprecian los efectos compresibles, este parámetro es el número de Mach (Ma), el cual es la relación que

existe entre la velocidad local del fluido y la velocidad del sonido en él y el criterio es el siguiente [37]:

$$Ma = \frac{v}{a_m} \ll 1, \quad (3.8)$$

donde v es la velocidad del flujo y a la velocidad del sonido en el fluido. El valor numérico aceptado para considerar la incompresibilidad del fluido es:

$$Ma \leq 0.3. \quad (3.9)$$

La velocidad del sonido es la propagación de un pulso de presión en un fluido en reposo y se puede calcular a partir de la siguiente ecuación considerando un proceso adiabático e isoentrópico:

$$a = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \Big|_s \right)^{1/2} = \left(\gamma \frac{\partial p}{\partial \rho} \Big|_T \right)^{1/2}, \quad (3.10)$$

para un gas ideal el cálculo de la velocidad del sonido es:

$$a = \left(\frac{\gamma p}{\rho} \right)^{1/2} = (\gamma RT)^{1/2}. \quad (3.11)$$

A menudo se utiliza una clasificación de acuerdo con la magnitud del número de Mach que es: cuando $Ma = 1$ el flujo es sónico, subsónico cuando $Ma < 1$, transónico cuando $Ma \cong 1$, supersónico cuando $Ma > 1$ e hipersónico cuando $Ma \gg 1$.

3.1.6. Número de Reynolds

En el análisis de la dinámica de fluidos existe un número adimensional muy importante, el número de Reynolds (Re), el cual relaciona distintas propiedades del fluido como: la densidad, la velocidad y la viscosidad. En otras palabras, es la relación que existe entre la fuerza de inercia y la fuerza de fricción del fluido. Matemáticamente el número de Reynolds se representa como:

$$Re = \frac{\rho v d}{\mu}, \quad (3.12)$$

donde ρ es la densidad, v la velocidad, μ la viscosidad del fluido y d la longitud característica. Cabe destacar que el número de Reynolds da información sobre el régimen de flujo que se tiene bajo estas características, siendo la clasificación de régimen: laminar y turbulento.

3.1.7. Flujo Laminar y Turbulento

En el régimen laminar la estructura del flujo está caracterizada por un movimiento constante en láminas o capas. Por otra parte, en el régimen turbulento su estructura está caracterizada por tener movimientos tridimensionales de forma aleatoria. Se puede afirmar que en el flujo laminar no existe una mezcla macroscópica entre las láminas del fluido adyacentes. Por ejemplo, al inyectar un filamento de tinta en un flujo laminar se mantendrá como una línea única; o sea, la dispersión de la tinta en el flujo será casi nula, sin embargo, habrá dispersiones muy pequeñas debidas a la dinámica molecular. Al hacer esto mismo con la tinta en un flujo turbulento está se dispersará a gran velocidad por el campo de flujo, es decir, la tinta se descompone en innumerables hilos enmarañados. Este tipo de comportamiento se origina debido a las fluctuaciones de la velocidad en el flujo turbulento [30].

En el caso de una turbina Tesla el flujo en el rotor puede ser laminar o turbulento, con ciertas ventajas y desventajas entre cada régimen.

En el caso de un flujo laminar en el rotor es mucho más fácil realizar el modelo matemático, las ecuaciones diferenciales parciales que resultan del análisis se establecen de una forma fácil incluyendo las condiciones de frontera apropiadas y las condiciones de entrada, de esta forma el orden de magnitud de los argumentos y las ecuaciones pueden ser simplificados y de esta manera reducir a una forma pseudo-parabólica para luego resolverse por algún método disponible como diferencias finitas. Los resultados arrojados por distintas investigaciones teóricas se acercan con gran exactitud a los resultados experimentales obtenidos. Los resultados analíticos obtenidos por Rice muestran una eficiencia muy alta del rotor por el que circula un flujo laminar siendo alrededor del 95% o más, sin embargo, para lograr esto el flujo másico debe ser muy bajo y con un gran número de discos en el rotor. Esto en la práctica no se ha logrado ya que aún existen muchas pérdidas en su funcionamiento experimental.

Para un flujo turbulento entre los discos de una turbina Tesla su descripción teórica se ha hecho en su mayoría mediante la ecuación integral de momentum, de lo que resultan ecuaciones diferenciales ordinarias en las que el flujo es descrito asumiendo una forma de distribución de velocidad y expresiones empíricas para los esfuerzos en el flujo. Las ecuaciones diferenciales parciales son mucho más complicadas de resolver para un flujo turbulento que para uno laminar [27].

3.1.8. Teoría de la capa límite

En la dinámica de fluidos existe una región en la cual, el fluido es perturbado por la presencia de un sólido con el cual se encuentra en contacto. Esta región se conoce generalmente como “capa límite”, se origina debido a los efectos viscosos y de adhesión de las moléculas del fluido a las paredes del sólido donde la velocidad de las partículas del fluido es cero (condición de no deslizamiento) y se incrementa hasta el 99% de su velocidad original. La capa límite se origina tanto en el flujo laminar como en el turbulento y su espesor varía en función del régimen de flujo o hablando en términos prácticos en función del número de Reynolds. En la figura 3.3 se puede apreciar el espesor de la capa límite denotado por $\delta(x)$.

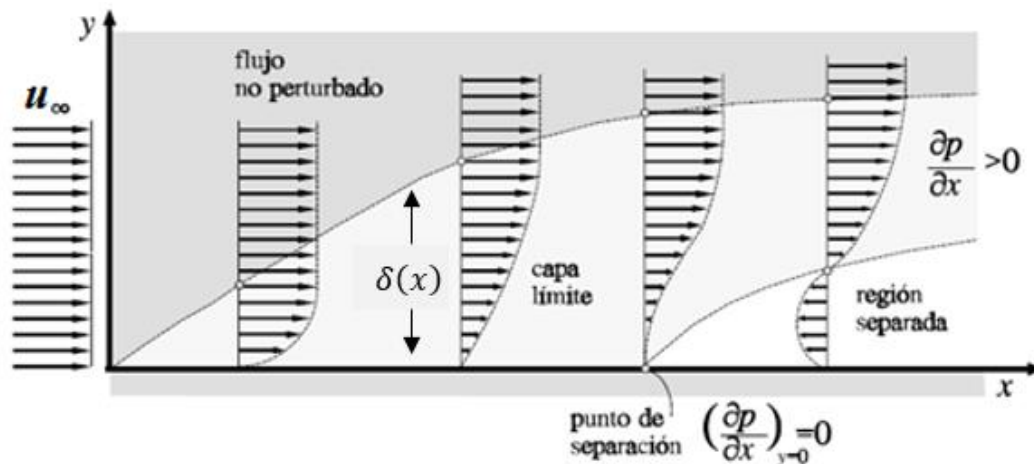


Figura 3.3. Capa límite de un flujo paralelo sobre una placa plana con cero incidencia.

3.1.9. Espesor de la capa límite

Se puede obtener una expresión para el espesor de la capa límite si se toman en cuenta la fuerza de inercia por unidad de volumen y la fuerza de fricción por unidad de volumen con la suposición de un flujo laminar se obtiene la expresión del espesor “ δ ” de la capa límite:

$$\delta \sim \sqrt{\frac{\mu l}{\rho U'}} \quad (3.13)$$

para poder eliminar la proporcionalidad y obtener la igualdad, se introduce una constante de proporcionalidad, la cual fue deducida por H. Blasius el cual obtuvo un valor de alrededor de 5 aproximadamente para esta constante. Por lo tanto, para un flujo laminar se tiene que el espesor es igual a [26]:

$$\delta = 5 \sqrt{\frac{\mu l}{\rho U'}} \quad (3.14)$$

y para un flujo turbulento la expresión del espesor de la capa límite es:

$$\delta = 0.526 r \left(\frac{\mu}{\rho \omega r^2} \right)^{\frac{1}{5}}. \quad (3.15)$$

3.1.10. Rugosidad

Se puede definir este término como el grado de desorden geométrico que posee una superficie o el conjunto de irregularidades de una superficie real. En general, ninguna superficie es completamente lisa y, por tanto, tendrá algún grado de rugosidad. Aunque en la mayor parte de los casos prácticos de turbomaquinaria y flujo en tuberías la rugosidad causa pérdidas, en el caso de una turbina Tesla debido a su principio de funcionamiento (fricción) podría ayudar a maximizar la eficiencia en el rotor de ésta.

Un dato interesante, es que no se tiene conocimiento de una investigación en la que se haya tomado en cuenta la rugosidad de los discos como variable en la eficiencia del dispositivo,

incluso [14] sugieren que es un parámetro que debe ser evaluado. Es por ello, que en esta investigación se pretende evaluar su importancia.

3.2. Modelo Matemático.

A continuación, se describen una serie de modelos matemáticos que son importantes para la comprensión del análisis del flujo en una turbina Tesla en sus parámetros de torque, potencia y eficiencia.

3.2.1. Ecuación de la conservación de la masa

Esta ecuación expresa el hecho que por unidad de volumen existe un balance entre las masas que entran y salen por unidad de tiempo, y los cambios en la densidad. Para el caso de un flujo compresible y transitorio la ecuación en forma vectorial es la siguiente:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{v}) = 0, \quad (3.16)$$

donde ρ es la densidad del fluido, t el tiempo y \bar{v} representa el vector de velocidad.

En coordenadas cilíndricas para un fluido newtoniano con densidad constante la ecuación se expresa como:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0. \quad (3.17)$$

También es conocida como la ecuación de continuidad, ya que no requiere más suposición que la de la continuidad de las funciones que dan la densidad y la velocidad.

3.2.2. Ecuación de cantidad de movimiento

Las Ecuaciones de Navier-Stokes son la base de toda la mecánica de fluidos ya que describen en su totalidad todo su comportamiento [26], desde la dinámica de los mares hasta la atmosfera terrestre, fluidos newtonianos y fluidos no newtonianos. La forma vectorial de estas ecuaciones es la siguiente:

$$\frac{\partial(\rho\bar{v})}{\partial t} + \bar{v} \cdot \nabla(\rho\bar{v}) = -\nabla p + \mu\nabla^2\bar{v} + \rho g, \quad (3.18)$$

y en coordenadas cilíndricas para un fluido newtoniano con viscosidad y densidad constante:

Para la coordenada r:

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} \\ + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right] + \rho g_r, \end{aligned} \quad (3.19)$$

Para la coordenada θ :

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \\ + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_\theta) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} \right] + \rho g_\theta, \end{aligned} \quad (3.20)$$

Para la coordenada z:

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} \\ + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] + \rho g_z. \end{aligned} \quad (3.21)$$

3.2.3. Modelo de Sengupta & Guha

Este modelo ofrece una descripción más completa de la turbina Tesla, ya que analiza el flujo entre dos discos en un sistema de coordenadas cilíndricas. La teoría presentada por estos investigadores puede calcular la variación tridimensional de la velocidad radial, tangencial y la presión. Además, derivaron relaciones analíticas de forma cerrada con las que se puede predecir el torque, la potencia y la eficiencia para una amplia de velocidades de rotación del rotor. La base de la teoría como en los anteriores modelos son las ecuaciones de Navier-Stokes, sin embargo, para este proceso se realizaron las siguientes consideraciones [14]:

- Fluido newtoniano con propiedades constantes.
- El flujo es constante (estado permanente).
- La velocidad axial (z-dirección) es despreciable comparado con la velocidad radial y tangencial.
- Las fuerzas de cuerpo alrededor de los ejes “r” y “ θ ” son despreciables.
- Flujo laminar.
- Las características de flujo en los dos discos del rotor son las mismas.
- La densidad y la viscosidad son constantes.
- El flujo es axisimétrico.
- Los gradientes radiales son más pequeños que los gradientes axiales.

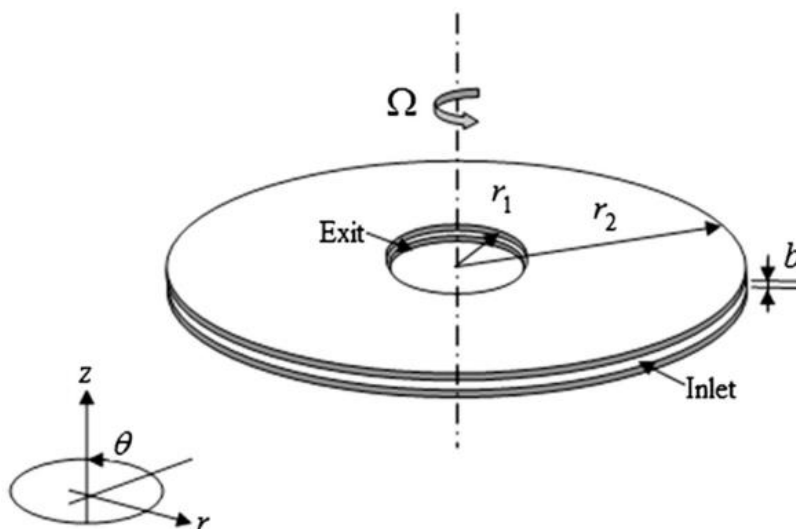


Figura 3.4. Dominio de referencia para la solución matemática del flujo entre dos discos.

El análisis comienza con las ecuaciones de Navier-Stokes en un sistema de coordenadas cilíndricas como se muestra en la figura 3.4 [14]. La ecuación de continuidad (3.17) y las ecuaciones de momento (3.19 - 3.21) fueron desarrolladas en términos de las velocidades relativas, de acuerdo con esto último la relación entre las velocidades absolutas y relativas para el sistema mostrado se expresa como:

$$v_r = V_r; v_z = V_z; v_\theta = (V_\theta + \Omega * r),$$

donde V_r, V_z y $(V_\theta + \Omega * r)$ son las velocidades relativas. Una vez contemplado esto en combinación con las consideraciones antes citadas Guha y Sengupta obtuvieron las siguientes expresiones:

$$\text{Continuidad} \quad \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_r}{r} = 0, \quad (3.22)$$

$$r - \quad V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} - \Omega^2 r - 2\Omega V_\theta - \frac{V_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} + \nu \left[\frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} \right], \quad (3.23)$$

$$\theta - \quad \left(V_r \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \frac{V_r V_\theta}{r} + 2\Omega V_r \right) = \nu \left[\frac{\partial^2 V_\theta}{\partial z^2} \right], \quad (3.24)$$

$$z - \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0. \quad (3.25)$$

Estas ecuaciones resultantes fueron solucionadas a partir de un método de integración simultánea en una computadora. La importancia de su solución es la de conocer sobre todo el comportamiento de la velocidad tangencial y su distribución entre los dos discos, para de esta manera calcular el torque y la potencia de salida de la turbina.

Para calcular el torque Guha y Sengupta consideraron el esfuerzo de corte (τ_w) en una de las paredes de los discos de la siguiente manera:

$$\tau_w = \left[\mu \frac{\partial V_\theta(r, z)}{\partial z} \right]_{en z=0} = \left[\mu \frac{\partial \{ \bar{V}_{\theta 2} \zeta(R) G(z) \}}{\partial z} \right]_{en z=0} = \frac{6\mu \bar{V}_{\theta 2} \zeta(R)}{b}, \quad (3.26)$$

donde μ es la viscosidad absoluta del fluido de trabajo, $\frac{\partial V_{\theta}(r,z)}{\partial z}$ es la variación de la velocidad relativa circunferencial en función de la coordenada z , b es la separación entre los discos Y $V_{\theta}(r, z) = \bar{V}_{\theta 2} \zeta(R) G(z)$ de acuerdo con los autores [14].

Para encontrar el torque consideraron un elemento diferencial del área ($2\pi r dr$) del disco en el que actúa el esfuerzo de corte y con un brazo de acción “ r ”, integrando todas las contribuciones del elemento de torque, obtuvieron la siguiente expresión:

$$\mathfrak{S} = \int_{r_1}^{r_2} \tau_w (2\pi r) r dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{6\mu \bar{V}_{\theta 2} \zeta(R)}{b} (2\pi r) r dr,$$

para calcular el torque total producido por todo el rotor utilizaron la siguiente relación:

$$\mathfrak{S}_{total} = 2(n_d - 1)\mathfrak{S}, \quad (3.27)$$

donde n_d representa el número de discos del rotor. De esta expresión se puede obtener la potencia de salida de la siguiente manera:

$$\dot{W}_{ideal} = \mathfrak{S}_{total} * \Omega, \quad (3.28)$$

Ω representa la velocidad angular. Sin embargo, existen perdidas de diferentes tipos en la operación de la turbina por lo que la potencia de salida real es:

$$\dot{W}_{real} = \dot{W}_{ideal} - \dot{W}_{perdidas}, \quad (3.29)$$

la potencia perdida ($\dot{W}_{perdidas}$) se obtuvo mediante un método experimental llamado “método de aceleración angular” desarrollado por [31]. Los resultados fueron comparados con la investigación experimental desarrollada por [13], la figura 3.5 muestra la gráfica en la que se comparan los resultados teóricos y experimentales en cuanto al valor de la potencia de salida, como una función de la velocidad angular [14].

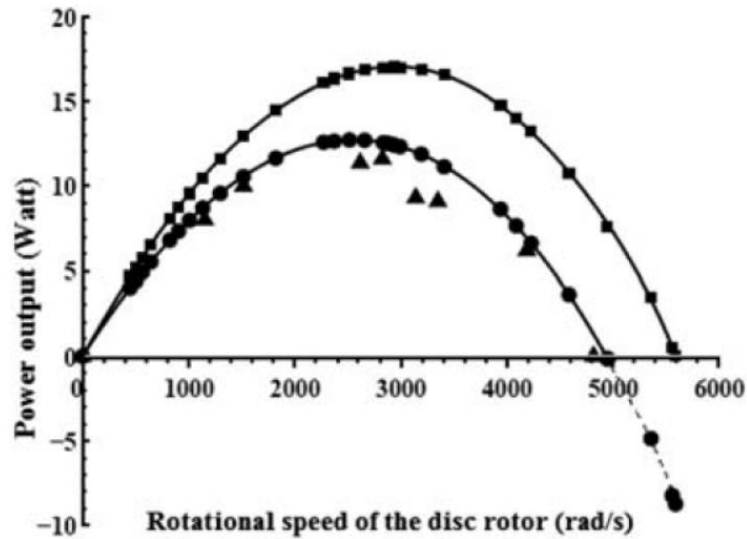


Figura 3.5. Comparación de la teoría presentada con la experimentación: variación de la potencia de salida con respecto a la velocidad angular. Donde \blacksquare es la potencia de salida teórica ideal, \bullet es la potencia de salida teórica con pérdidas y \blacktriangle es la potencia de salida experimental obtenida por [13]. Estos resultados son en estado permanente y con $\Delta p_{ic} = 0.113$ bar.

La eficiencia de la turbina Tesla fue calculada mediante la siguiente expresión:

$$\xi = \frac{\dot{W}_{real}}{\dot{W}_{isentrópica}}, \quad (3.30)$$

donde $\dot{W}_{isentrópica}$ es aquella donde la entropía del sistema permanece constante y se define matemáticamente como:

$$\dot{W}_{isoentrópica} = \dot{m}(h_2 - h_1) = \dot{m}c_p(T_2 - T_1), \quad (3.31)$$

donde \dot{m} es el flujo másico, h_2 & h_1 las entalpías, c_p el calor específico y T_1 & T_2 las temperaturas a la entrada y la salida respectivamente.

La figura 3.6 muestra los resultados entre la eficiencia teórica contemplando pérdidas y las mediciones hechas por [13] en el experimento [14].

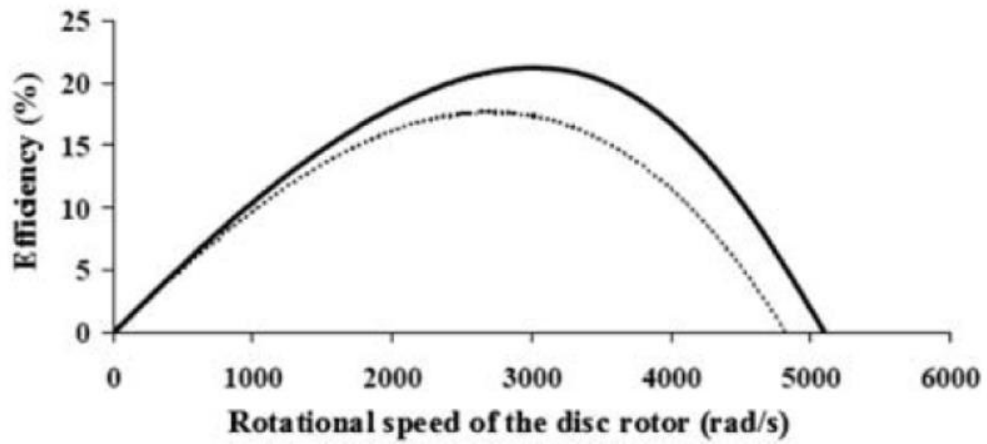


Figura 3.6. Comparación de los resultados teóricos con la experimentación de la eficiencia en función de la velocidad angular. Donde **—** es la eficiencia teórica con pérdidas, **· · ·** es la eficiencia experimental [13], estos resultados son basados con $\Delta p_{ic} = 0.113$ bar.

CAPÍTULO 4

MÉTODO DE SOLUCIÓN

Como se mencionó anteriormente las ecuaciones de Navier-Stokes describen en su totalidad el comportamiento de los fluidos, existen algunas soluciones de casos simplificados de estas ecuaciones, sin embargo, no se ha encontrado una solución exacta de manera completa, por lo que se ha optado por aproximarse a la solución analítica por medio de la dinámica de fluidos computacional (CFD), que es la ciencia que predice y describe el flujo de fluidos y masa y fenómenos relacionados. Estas predicciones se llevan a cabo mediante la solución de las ecuaciones de la conservación de la masa, momento, energía, ley de los gases ideales, etc.

Existen distintas metodologías para obtener soluciones aproximadas de estas ecuaciones, por ejemplo, el método de diferencias finitas, método de elementos finitos, método volúmenes finitos, entre otros. Estos métodos se basan en la discretización de las ecuaciones fundamentales pasando de obtener una solución continua a una solución discreta aproximada, la cual es obtenida por medio de un algoritmo que ejecuta una computadora.

Uno de los programas computacionales que ofrecen una solución numérica para este tipo de problemas es ANSYS, el cual posee diversos modelos y algoritmos para llevar a cabo la simulación de fenómenos físicos en una escala real y confiable. Los solucionadores de ANSYS CFD están basados en el método de volúmenes finitos, donde el dominio está discretizado en un conjunto finito de volúmenes de control. Las ecuaciones generales de la conservación (transporte) de la masa, momento, energía, etc. Se resuelven en este conjunto de volúmenes de control, de esta manera las ecuaciones diferenciales parciales no lineales (Navier-Stokes, etc.) son discretizadas en un sistema de ecuaciones algebraicas las cuales son resueltas de forma numérica obteniendo el campo de solución del problema.

Para abordar el problema de esta tesis se utilizó la herramienta Fluent que es parte de ANSYS y que utiliza el método de volúmenes finitos para resolver las ecuaciones fundamentales con las variables y condiciones en la frontera elegidas.

4.1. Volúmenes finitos

El método de los volúmenes finitos discretiza la forma integral las ecuaciones fundamentales directamente en el espacio físico. El dominio computacional se subdivide en un número finito de volúmenes de control, donde los resultados expresan la conservación exacta de las propiedades relevantes para cada uno de los volúmenes de control. Cada uno de estos volúmenes de control tiene un centroide, donde se calculan los valores de la variable. La interpolación es utilizada para expresar los valores de la variable en la superficie del volumen de control en función de los valores centrales, y se aplican fórmulas adecuadas de cuadraturas para aproximar las integrales de superficie y volumen. De acuerdo con lo anterior para cada volumen de control se obtendrá una ecuación algebraica, en la que aparecen varios valores nodales vecinos. Además, como este método opera con volúmenes de control y no con puntos de intersección de red, tiene la capacidad de adaptarse a cualquier tipo de red. Dado que la red solo define los límites del volumen de control, el método es conservador siempre y cuando las integrales de superficie entre volúmenes de control que comparten el límite sean las mismas [40].

Este método presenta una desventaja notable y es que las aproximaciones de diferenciación de orden superior mayores al segundo orden son más difíciles de desarrollar en tres dimensiones, debido al requisito de dos niveles de aproximación (interpolación e integración). Sin embargo, este método tiene más ventajas que desventajas:

- Es posible utilizar una malla del tipo “elemento finito”, o sea, la malla puede estar formada por una combinación de triángulos y cuadriláteros en caso de un sistema de dos dimensiones o tetraedros y hexaedros en el caso de tres dimensiones.
- La malla no estructurada de este método ofrece una mayor flexibilidad para manejar geometrías complejas.
- No requiere que las ecuaciones sean transformadas al sistema de coordenadas del cuerpo.
- La ventaja más importante de este método es que el sistema de ecuaciones generadas a partir de la discretización satisface en toda región de manera cerrada las ecuaciones de la conservación consideradas, de manera independiente al número de elementos de la malla.

Las ecuaciones que gobiernan la dinámica de fluidos tienen similitudes significativas entre sí, si se introduce una variable general ϕ , la forma conservadora de estas ecuaciones, incluidas para cantidades escalares como la temperatura y la concentración, etc. Pueden escribirse de la siguiente manera:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\phi\bar{\mathbf{v}}) = \nabla \cdot (\Gamma \nabla\phi) + S_\phi, \quad (4.1)$$

donde Γ es el coeficiente de difusión y S_ϕ es la tasa de aumento de ϕ debido a las fuentes.

Integrando la ecuación (4.1) alrededor de un volumen de control tridimensional queda:

$$\int_{CV} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \int_{CV} \nabla \cdot (\rho\phi\bar{\mathbf{v}}) dV = \int_{CV} \nabla \cdot (\Gamma \nabla\phi) dV + \int_{CV} S_\phi dV, \quad (4.2)$$

ahora se puede aplicar el teorema de divergencia de Gauss a la ecuación (4.2), obteniendo:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{CV} \rho\phi dV \right) + \int_A \mathbf{n} \cdot (\rho\phi\bar{\mathbf{v}}) dA = \int_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma \nabla\phi) dA + \int_{CV} S_\phi dV, \quad (4.3)$$

se puede decir en orden de izquierda a derecha de la ecuación (4.3) que la denominación de cada uno de sus términos es: transitorio, convectivo, difusión y generación respectivamente.

Para explicar cómo aplicar el método a la forma integral de la ecuación de transporte se puede tomar un caso en el que solo se tome en cuenta la difusión.

4.1.1. Método de volumen finito para la difusión unidimensional en estado permanente

Considerando el estado permanente de la difusión de una propiedad ϕ unidimensional definido por la figura 4.1 el proceso está gobernado por la ecuación:

$$\frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) + S = 0, \quad (4.4)$$

los valores en la frontera de ϕ en los puntos A y B son constantes de acuerdo con la figura 4.1 [41]. A continuación se presentan los 3 pasos para desarrollar el método.

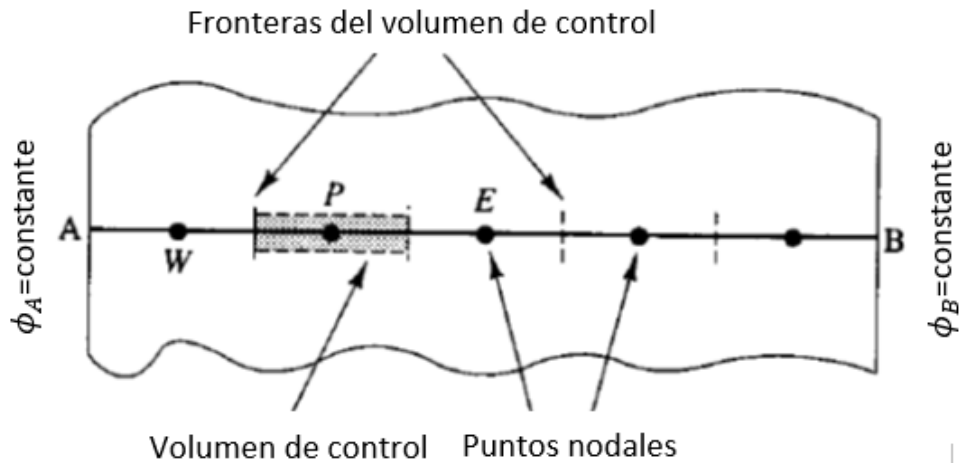


Figura 4.1. Dominio del sistema unidimensional.

Paso 1: Generación de la red

Consiste en dividir el dominio en volúmenes de control discretos, tal como se plantea en la figura 4.1. en la que alrededor del punto P se ha planteado un volumen de control con líneas punteadas y que además este no interfiere con los nodos vecinos. Haciendo referencia a este punto nodal P y a sus vecinos nodales en el oeste y este los cuales son identificados como W y E respectivamente. La cara del lado oeste del volumen de control es referida como “ w ” y la cara del lado este por “ e ”. Las distancias entre los distintos puntos, así como su notación se muestran en la figura 4.2 [41].

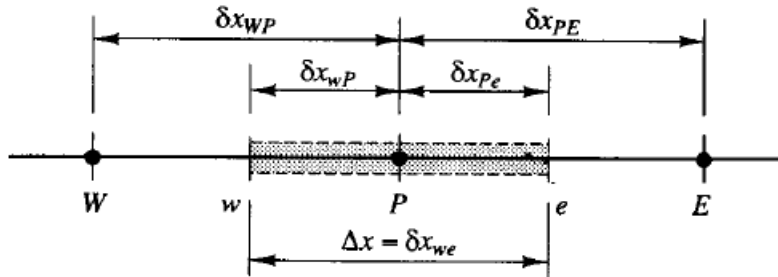


Figura 4.2. Diagrama de la red generada para un volumen de control.

Paso 2: Discretización

Como se mencionó anteriormente la clave para poder llevar a cabo este método es tener la forma integral de las ecuaciones que gobiernan el caso de estudio. Tomando como referencia el volumen de control de la figura 4.2 y su punto central P , la ecuación (4.4) queda:

$$\int_{\Delta V} \frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) dV + \int_{\Delta V} S dV = \left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_e - \left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_w + \bar{S} \Delta V = 0, \quad (4.5)$$

donde A es el área de sección transversal del volumen de control, ΔV es el cambio de volumen y \bar{S} es el promedio de la fuente S en el volumen de control.

Para calcular los gradientes en el volumen de control se plantea una distribución aproximada de las propiedades entre los puntos nodales mediante aproximaciones lineales las cuales son la forma más simple y obvia de calcular los valores de la interface y los gradientes. De acuerdo con la diferenciación central en una red uniforme los valores linealmente interpolados de Γ_e y Γ_w son:

$$\Gamma_w = \frac{\Gamma_W + \Gamma_P}{2}, \quad (4.6a)$$

$$\Gamma_e = \frac{\Gamma_P + \Gamma_E}{2}, \quad (4.6b)$$

y para los términos difusivos se tiene:

$$\left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_e = \Gamma_e A_e \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{\delta_{x_{PE}}} \right), \quad (4.7)$$

$$\left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_w = \Gamma_w A_w \left(\frac{\phi_P - \phi_W}{\delta_{x_{WP}}} \right), \quad (4.8)$$

el término fuente S puede ser una función de la variable dependiente. En estos casos este término se aproxima de forma lineal como:

$$\bar{S} \Delta V = S_u + S_P \phi_P. \quad (4.9)$$

Sustituyendo las ecuaciones (4.7), (4.8) y (4.9) en (4.5), se obtiene:

$$\Gamma_e A_e \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{\delta_{x_{PE}}} \right) - \Gamma_w A_w \left(\frac{\phi_P - \phi_W}{\delta_{x_{WP}}} \right) + S_u + S_P \phi_P = 0, \quad (4.10)$$

agrupando términos semejantes:

$$\left(\frac{\Gamma_e}{\delta_{x_{PE}}} A_e + \frac{\Gamma_w}{\delta_{x_{WP}}} A_w - S_P \right) \phi_P = \left(\frac{\Gamma_w}{\delta_{x_{WP}}} A_w \right) \phi_W + \left(\frac{\Gamma_e}{\delta_{x_{PE}}} A_e \right) \phi_E + S_u, \quad (4.11)$$

para simplificar la ecuación (4.11) se pueden identificar los coeficientes de ϕ_P , ϕ_W y ϕ_E como: a_P , a_W y a_E respectivamente, por lo que la ecuación se puede escribir como:

$$a_P \phi_P = a_W \phi_W + a_E \phi_E + S_u. \quad (4.12)$$

Paso 3: Solución de las ecuaciones

Las ecuaciones discretizadas como (4.12) deben ser configuradas en cada uno de los puntos nodales para resolver el problema. También este tipo de ecuaciones deben ser modificadas para incorporar las condiciones de frontera para los volúmenes de control adyacentes en los límites del dominio. Como resultante final se obtiene un sistema ecuaciones algebraicas lineales, el cual se resuelve para obtener la distribución de ϕ en los puntos nodales, esto se lleva a cabo por cualquier técnica de solución de matriz que sea adecuada.

4.1.2. Método de volumen finito para la difusión tridimensional en estado permanente

Generalizado este caso a tres dimensiones, la ecuación que gobierna el problema es:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + S = 0. \quad (4.13)$$

Ahora la red tridimensional es utilizada para subdividir el dominio, un ejemplo claro de esta nueva red se muestra en la figura 4.3 [41].

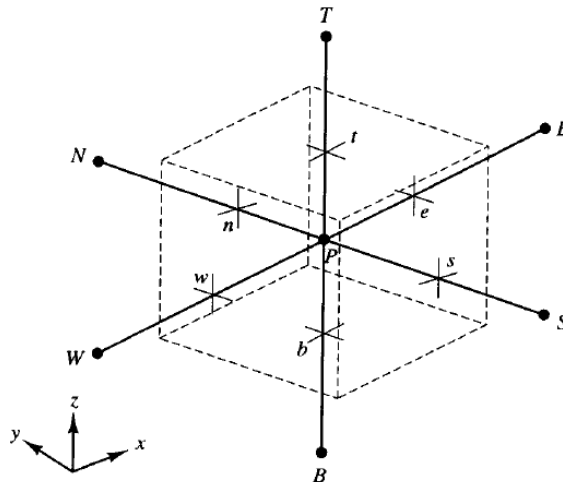


Figura 4.3. Volumen de control típico en un caso tridimensional.

Ahora el volumen de control tiene un nodo P con seis nodos vecinos identificados como oeste, este, sur, norte, abajo y arriba (W, E, S, N, B, T). La notación w, e, s, n, b y t es utilizada para referirse a cada una de las direcciones oeste, este, sur, norte, abajo y arriba de las caras del volumen de control respectivamente.

La integración de la ecuación (4.13) alrededor del volumen de control da como resultado:

$$\left[\Gamma_e A_e \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \Gamma_w A_w \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] + \left[\Gamma_n A_n \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n - \Gamma_s A_s \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s \right] + \left[\Gamma_t A_t \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_t - \Gamma_b A_b \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_b \right] + \bar{S} \Delta V = 0, \quad (4.14)$$

por lo tanto, la discretización de la ecuación (4.14) es:

$$\left[\Gamma_e A_e \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{\delta_{x_{PE}}} \right) - \Gamma_w A_w \left(\frac{\phi_P - \phi_W}{\delta_{x_{WP}}} \right) \right] + \left[\Gamma_n A_n \left(\frac{\phi_N - \phi_P}{\delta_{y_{PN}}} \right) - \Gamma_s A_s \left(\frac{\phi_P - \phi_S}{\delta_{y_{SP}}} \right) \right] + \left[\Gamma_t A_t \left(\frac{\phi_T - \phi_P}{\delta_{z_{PT}}} \right) - \Gamma_b A_b \left(\frac{\phi_P - \phi_B}{\delta_{z_{BP}}} \right) \right] + S_u + S_P \phi_P = 0, \quad (4.15)$$

pero esta ecuación se puede reorganizar de la siguiente manera:

$$a_P \phi_P = a_W \phi_W + a_E \phi_E + a_S \phi_S + a_N \phi_N + a_B \phi_B + a_T \phi_T + S_u, \quad (4.16)$$

donde

a_W	a_E	a_S	a_N	a_B	a_T	a_P
$\frac{\Gamma_w A_w}{\delta_{x_{WP}}}$	$\frac{\Gamma_e A_e}{\delta_{x_{PE}}}$	$\frac{\Gamma_s A_s}{\delta_{y_{SP}}}$	$\frac{\Gamma_n A_n}{\delta_{y_{PN}}}$	$\frac{\Gamma_b A_b}{\delta_{z_{BP}}}$	$\frac{\Gamma_t A_t}{\delta_{z_{PT}}}$	$a_W + a_E + a_S + a_N + a_B + a_T - S_P$

Las condiciones de frontera se introducen cortando el enlace con la cara apropiada y modificando el término fuente [41].

4.2. Simulación CFD

Para llevar a cabo el desarrollo de este trabajo se utilizó el método de simulación por submodelo, el cual consiste en tomar un espacio entre dos discos de la turbina Tesla y multiplicar los efectos obtenidos por el fluido sobre los discos por el número de espacio interdiscos.

El objetivo de estas simulaciones es predecir y analizar los efectos producidos por el fluido sobre los discos con distintas condiciones físicas. Para corroborar la fiabilidad del modelo computacional se utilizó una investigación experimental desarrollada anteriormente por el profesor Warren Rice [9], agregando también parámetros nuevos para su evaluación como la rugosidad y la separación entre los discos. Por otra parte, se realizan también simulaciones con fluidos no newtonianos. En el apéndice A se da una descripción detallada del experimento antes mencionado.

4.3. Modelo 3D

Para poder realizar una simulación adecuada de los experimentos realizados por Rice [9] descritos anteriormente, se eligió el flujo entre dos discos, los cuales tienen un diámetro externo de 177.8mm, un diámetro interno de 33.525mm, a pesar de que en el tercer experimento los discos tienen un diámetro mayor se tomó la decisión de mantener los tres diámetros iguales ya que en esta investigación no tiene como objetivo evaluar los efectos de los distintos diámetros que puede presentar un rotor (discos), de la misma manera para el número de discos y la inclinación de las toberas de entrada de fluido. Cabe mencionar que el modelo 3D fue generado en el software SolidWorks.

La separación entre los discos " b " se diseñó de acuerdo con la tabla 4.1. y se agregó una separación más (para ser evaluada con las otras separaciones de este mismo experimento) ya que de acuerdo con [10, 43 y 44] el espaciado óptimo para mantener la capa límite se calcula con la siguiente relación:

$$b = Ph \left(\frac{v}{\omega} \right)^{1/2}, \quad (4.17)$$

donde b es la separación entre los discos, ν es la viscosidad cinemática, ω es la velocidad angular y Ph es el parámetro de Polhausen ($2.5 \leq Ph \leq 3.5$), haciendo referencia a lo que describe Tesla en su invención en cuanto a que la separación radial entre los discos y la carcasa debe ser mínima, se diseñó con un diámetro de la carcasa de 180mm.

En total se realizaron 5 modelos 3D con distintas separaciones considerando las dos toberas de entrada de fluido y un solo ángulo de inclinación. Por último, un modelo fue diseñado de acuerdo con el experimento 2 de la tabla 4.1. para evaluar la credibilidad del modelo y su discretización (malla) comparando los resultados que se obtuvieron con los de la experimentación y uno último para fluidos no newtonianos. La figura 4.4 muestra el submodelo tridimensional idealizado.

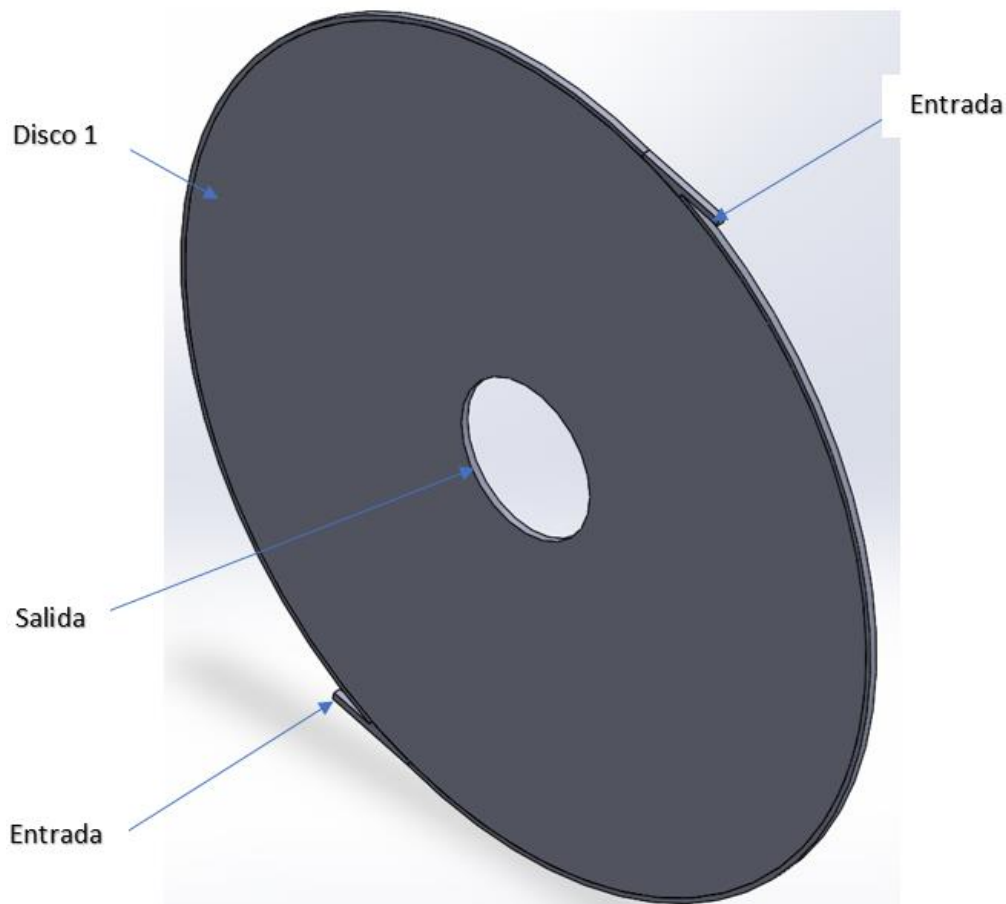


Figura 4.4. Modelo tridimensional del espacio entre dos discos.

4.4. Características de la Malla

La malla es la discretización del dominio en el que se van a resolver las ecuaciones fundamentales que gobiernan el fenómeno y juega un papel sumamente importante para obtener resultados confiables y de buena calidad, es por ello, que en general se busca obtener una malla de la mejor calidad posible.

Existen distintos tipos de elementos tridimensionales con los que se puede realizar el mallado (discretización) del sistema tales como los hexaedros, tetraedros, piramidales, cuñas, prismáticos, etc., en general se debe buscar que la malla que se va a elaborar esté formada en su mayoría o completamente por hexaedros ya que ofrecen una mayor confiabilidad por su precisión y estabilidad en los resultados obtenidos y un tiempo de solución más corto.

Para los distintos modelos que se elaboraron, las mallas desarrolladas para cada uno de ellos fueron bajo el mismo criterio y orden de elaboración variando solamente en el número de elementos entre los discos, ya que unas distancias eran menores que otras. Las mallas obtenidas fueron elaboradas aproximadamente en un 99% de elementos hexaédricos y el resto tipo cuña para obtener la máxima calidad de los resultados y que tuvieran un sentido de predicción de acuerdo con los datos experimentales de Rice. El número de elementos y nodos de estas mallas varió entre 10 hasta los 15 millones. Además del tipo y número de elementos que se utilicen, también existen medidores de la calidad de la malla para geometrías complejas. En esta investigación se tomó como base la oblicuidad, ya que ANSYS lo sugiere como uno de sus tres principales métricos, al igual que la calidad ortogonal y el radio aspecto. De acuerdo con la figura 4.5 las mallas desarrolladas cumplían un nivel de calidad muy bueno ya que el 99.99% de sus elementos tienen un nivel de oblicuidad por debajo de 0.5, mientras que los demás oscilaban entre 0.5 y 0.6.

Espectro de valores de oblicuidad en una malla					
Excelente	Muy bueno	Bueno	Aceptable	Malo	Inaceptable
0-0.25	0.25-0.50	0.50-0.80	0.80-0.94	0.95-0.97	0.98-1.00

Figura 4.5. Espectro de valores de acuerdo al valor de oblicuidad de los elementos de la malla.

La malla antes mencionada fue creada de forma manual, sin valerse del algoritmo automático para generar la misma. De esta manera se pudieron llegar a los resultados de calidad de malla esperados obteniendo un alto porcentaje de elementos de tipo hexaédrico que ofrecen una mejor calidad de resultados y en menor tiempo.

A continuación se muestran los detalles de una de las mallas elaboradas, cabe mencionar que en la forma es prácticamente igual a las otras mallas a diferencia del número de elementos y nodos. En la figura 4.6 se puede apreciar la forma estructurada de la malla, teniendo solo un poco de irregularidades en la parte color melón (tobera) que es donde se encuentran algunos elementos tipo cuña, la mayor parte de los elementos son hexaedros.

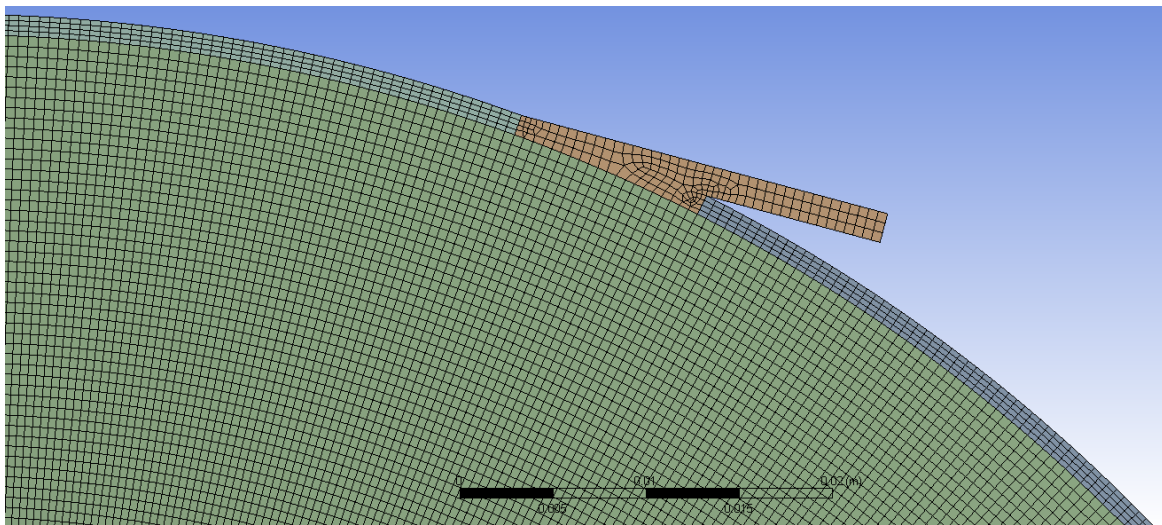


Figura 4.6. Detalle de la malla.

4.5. Configuración de Fluent del Experimento de Rice

A continuación, se muestra una tabla general de la configuración del modelo en Fluent para aire como fluido de trabajo y un flujo turbulento:

Tabla 4.1. Configuración y selección de parámetros de Fluent.

Parámetro	Selección
General	
Solucionador tipo	Basado en Presión
Formulación de Velocidad	Absoluto
Tiempo	Permanente
Modelos	
Modelo	k-omega (2 ecuaciones)
Modelo k-omega	SST
Materiales	
Fluido	Aire
Solido	Acero
Método de solución	
Esquema	Acoplado
Gradiente	Célula basada en los mínimos cuadrados
Presión	PRESTO!
Densidad	Segundo orden
Momentum	Segundo orden
Energía cinética turbulenta	Segundo orden
Tasa de disipación específica	Segundo orden
Energía	Segundo orden
Factores de relajación	
Presión	0.5
Momentum	0.5
Densidad	1
Fuerzas de cuerpo	1
Energía cinética turbulenta	0.75
Tasa específica de disipación	0.75
Viscosidad turbulenta	1
Energía	0.75
Soluciones de inicialización	
Método de inicialización	Hibrido

4.5.1. Propiedades del fluido de trabajo

Tabla 4.2. Propiedades del aire a la temperatura del experimento #1

Propiedades del aire @ 37 °C	Símbolo	Valor	Unidades
Viscosidad	μ	1.907×10^{-5}	$kg/m \cdot s$
Densidad	ρ	1.1387	kg/m^3
Viscosidad cinemática	ν	1.66856×10^{-5}	m^2/s
Presión de referencia	P_{ref}	101325	Pa
Temperatura de referencia	T_{ref}	273.15	K
Capacidad específica de calor	C_p	1.0052	$J/kg^\circ K$
Constante universal de gas ideal	R	8314	$J/kgmol^\circ K$
Peso molecular	M	28.97	$kg/kgmol$
Constante del aire	R/M	287	$J/kg^\circ K$

Puesto que el aire es un fluido compresible y, durante el experimento realizado por Rice, se definieron las toberas de tal forma que se desarrollara un flujo supersónico o de altas velocidades a través de la turbina Tesla fue necesario considerar la compresibilidad del mismo por medio del modelo de los gases ideales. A continuación, se demostrará que es necesario tomar en cuenta la compresibilidad:

De acuerdo al flujo másico más bajo implementado en los dos primeros experimentos se calculó el número de Reynolds y el número de Mach.

Primeramente, se calcula la velocidad a la entrada de cada una de las toberas, con la siguiente relación,

$$v = \frac{\dot{m}}{\rho A} = \frac{0.00227745 \text{ kg/s}}{(1.1387 \text{ kg/m}^3) * (2.52015 \times 10^{-6} \text{ m}^2)} = 793.62 \text{ m/s},$$

luego el número de Reynolds se obtiene mediante la ecuación (3.12)

$$Re = \frac{\rho v d}{\mu} = \frac{(1.1387 \text{ kg/m}^3)(793.62 \text{ m/s})(1.5875 \times 10^{-3} \text{ m})}{1.9 \times 10^{-5} \text{ kg/m} \cdot \text{s}} = 75506.196,$$

por último el número de Mach por medio de la relación (3.8)

$$Ma = \frac{v}{a} = \frac{793.62 \text{ m/s}}{352.136 \text{ m/s}} = 2.253$$

De acuerdo con lo anterior se puede concluir que la consideración en Fluent de tomar un flujo turbulento está totalmente justificado ya que el número de Reynolds es alto y de igual manera la compresibilidad ya que de acuerdo con el criterio de la ecuación (3.9):

$$Ma \leq 0.3,$$

los efectos de la compresibilidad se pueden despreciar cuando se cumple lo anterior, sin embargo, de acuerdo a lo calculado se tiene que $Ma > 1$ y por tanto se debe tomar en cuenta la compresibilidad, además de que se tiene un flujo supersónico que concuerda con la experimentación de Rice.

4.5.2. Ecuación de la conservación de movimiento en Fluent

La ecuación de la conservación de movimiento en un marco de referencia inercial (no acelerado) esta descrita de la siguiente manera [44]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{\mathbf{v}}) + \nabla \cdot (\rho \bar{\mathbf{v}} \bar{\mathbf{v}}) = -\nabla p_e + \nabla \cdot (\bar{\bar{\boldsymbol{\tau}}}) + \rho \mathbf{g} + \bar{\mathbf{F}}, \quad (4.18)$$

donde p_e es la presión estática, $\bar{\bar{\boldsymbol{\tau}}}$ es el tensor de esfuerzos, $\rho \mathbf{g}$ y $\bar{\mathbf{F}}$ son la fuerza gravitacional y las fuerzas de cuerpo externas, respectivamente.

El tensor de esfuerzo $\bar{\bar{\boldsymbol{\tau}}}$ esta dado por:

$$\bar{\bar{\boldsymbol{\tau}}} = \mu_m \left[(\nabla \bar{\mathbf{v}} + \nabla \bar{\mathbf{v}}^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \bar{\mathbf{v}} I \right], \quad (4.19)$$

donde μ_m es la viscosidad molecular, I es el tensor unitario y el segundo término del paréntesis principal es el efecto de la dilatación volumétrica.

4.5.3. Modelo de turbulencia k -omega SST

Este modelo de turbulencia de dos ecuaciones es bastante certero y confiable a la hora de resolver problemas en los cuales la capa límite juega un papel muy importante en la dinámica

del fluido. La energía cinética turbulenta k y la tasa de disipación específica w , son obtenidas por medio de las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \tilde{G}_k - Y_k + S_k, \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho w) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho w u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_w \frac{\partial w}{\partial x_j} \right) + G_w - Y_w + D_w + S_w, \quad (4.21)$$

donde:

G_k . - Representa la generación de turbulencia de energía cinética debido al gradiente principal de velocidad.

G_w . - Representa la generación de w .

Γ_k y Γ_w . - son la difusividad efectiva de k y w , respectivamente.

Y_k y Y_w . - Representan la disipación de k y w en la turbulencia.

D_w . - Representa el término de difusión cruzada.

S_k y S_w . - Son parámetros definidos por el usuario.

4.5.4. Modelo de la compresibilidad de un gas ideal

El modelo del cambio de densidad de un gas ideal esta modelado en Fluent de la siguiente manera:

$$\rho = \frac{p_{op} + p_r}{\frac{R}{M} T_{el}}, \quad (4.22)$$

donde ρ es la densidad, p_r es la presión relativa, p_{op} es la presión de operación, R es la constante del gas, M es el peso molecular, y T_{el} es la temperatura estática local.

4.5.5. Condiciones de frontera

- **Entrada.-** Las condiciones de frontera en las entradas de la turbina fueron configuradas con un flujo másico y presión determinados de acuerdo a los proporcionados por los experimentos de Rice [9]. Para las simulaciones de turbulencia se seleccionó un valor del 5% de intensidad de turbulencia, un valor de 10 para el radio de viscosidad.
- **Salida.-** La condición de salida se especificó con un límite de presión-salida, con un valor de presión manométrica de 101325 Pa.
- **Discos.-** Se configuraron con la condición de no deslizamiento, esto es, que tienen la misma velocidad angular que el fluido o un valor de velocidad relativa igual a cero. Por otra parte, los discos fueron evaluados con una superficie lisa y rugosa por lo que se asignó una altura para el modelo de rugosidad que tiene Fluent por defecto, el cual se describirá en la sección siguiente.

4.5.6. Modelo de los efectos de una superficie rugosa en flujos turbulentos

De acuerdo con [44] el flujo de fluidos sobre una superficie rugosa es un caso real que se encuentra en diversas situaciones, debido a que en la realidad no existen superficies completamente lisas. Sin embargo, bajo ciertas circunstancias pueden considerarse como tales. Algunos casos en los que hay que considerar una superficie rugosa son, por ejemplo, los flujos sobre superficies de aviones, barcos, turbomaquinaria (que es el caso de esta investigación), intercambiadores de calor, sistemas de tuberías. La rugosidad de la pared afecta el arrastre (resistencia), transferencia de calor y masas en la pared.

Si se está modelando un problema el cual conlleva un flujo turbulento en el que los efectos de la rugosidad son presumiblemente considerables, Fluent ofrece la opción de incluir estos efectos mediante la ley de la pared modificada para la rugosidad.

Con anterioridad se han realizado experimentos con tuberías y canales ásperos que indican que la distribución de velocidad media cerca de las paredes rugosas cuando se grafica en escala semi-logarítmica se tiene la misma pendiente ($1/k$) pero diferente intercepción (la constante

aditiva B en la ley logarítmica), por lo tanto, la ley de la pared para la velocidad media modificada para la rugosidad tiene la forma:

$$\frac{u_p u^*}{\tau_w / \rho} = \frac{1}{K} \ln \left(e \frac{\rho u^* y_p}{\mu} \right) - \Delta B, \quad (4.23)$$

donde

$$u^* = C_\mu^{1/4} K^{1/2}, \quad (4.24)$$

y

$$\Delta B = \frac{1}{K} \ln f_r, \quad (4.25)$$

donde f_r es la función de rugosidad que cuantifica el cambio de la intersección debido a los efectos de rugosidad.

ΔB depende, en general, del tipo y el tamaño de la rugosidad. No existe una función de rugosidad universal válida para todos los tipos de rugosidad. Los análisis de datos experimentales muestran que la función de rugosidad no es una función única, sino que toma diferentes formas según el valor. Se ha observado que hay tres regímenes distintos:

- Hidrodinámicamente suave ($k_s^+ \leq 2.25$).
- Transicional ($2.25 < k_s^+ \leq 90$).
- Totalmente rugoso ($k_s^+ > 90$).

De acuerdo a los datos experimentales, los efectos de la rugosidad son insignificantes en el régimen hidrodinámico uniforme, pero adquieren cada vez más importancia en el régimen de transición y surten pleno efecto en un régimen totalmente rugoso.

En ANSYS Fluent, el régimen rugoso se subdivide en los tres regímenes, y se adoptan las fórmulas propuestas por Cebeci y Bradshaw basadas en los datos de Nikuradse se adoptan para computar ΔB para cada régimen.

La figura 4.7 muestra la configuración geométrica del modelo de rugosidad “grano de arena” en la que la velocidad del fluido se dirige hacia el lado derecho a través de la superficie rugosa donde los granos tienen un diámetro fijo como se muestra en la imagen [44].

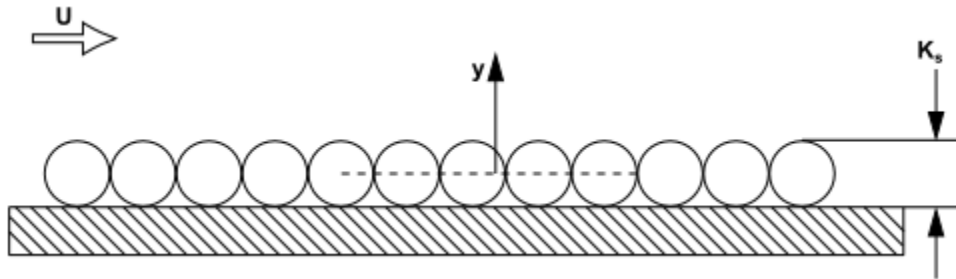


Figura 4.7. Ilustración de la equivalencia del modelo de rugosidad de “grano de arena”.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos para el desempeño de una turbina Tesla con fluidos newtonianos y no newtonianos, donde el fluido transfiere cantidad de movimiento a los discos y se descarga a la atmosfera. Los resultados se obtuvieron mediante un submodelo de la turbina Tesla, en el cual se tomó solo un espacio entre dos discos, este resultado fue utilizado para calcular el momento o torque total que se generó multiplicándolo por el número de espacios entre discos totales y posteriormente se calculó la potencia de salida mediante la ecuación (3.28).

En los resultados se presenta la influencia de tres parámetros distintos en el desempeño de la turbina Tesla:

- Separación entre los discos.
- Rugosidad de los discos.
- Tipo de fluido (newtoniano o no newtoniano).

Con la finalidad de evaluar una amplia gama de condiciones de operación para cada uno de los parámetros antes mencionados y concluir bajo qué condiciones funciona de mejor manera la turbina. Dado que una simulación tiene por objetivo predecir y describir un sistema físico real, el trabajo realizado con aire como fluido de trabajo fue comparado con la experimentación desarrollada por Rice para de esta manera asegurar la confiabilidad y precisión de los resultados obtenidos. Por otra parte, para las simulaciones que se desarrollaron con el modelo no newtoniano de la ley de potencias, no se contó con una base experimental para comparar los resultados, sin embargo, las mallas que se probaron con aire una de ellas fue reciclada para evaluar su desempeño con este fluido.

5.1. Validación del Sistema Discretizado

Con el fin de validar la discretización (malla) del submodelo se utilizó el segundo experimento de Rice descrito en la tabla A.3. del apéndice A, realizando una comparación entre la solución numérica obtenida en Fluent y los resultados experimentales para un flujo y presión dadas a distintas velocidades angulares (rpm). Haciendo uso de las mismas condiciones de operación, las simulaciones fueron evaluadas de acuerdo a la potencia de salida y la separación entre discos utilizada en el experimento ($b_2=1.016\text{mm}$).

La figura 5.1 muestra la evolución de la potencia en la turbina Tesla conforme se incrementa la velocidad de giro. Como se puede apreciar la línea de la solución numérica (simulación) se encuentra por encima de la línea de la experimentación, esto se debe a que no se consideraron pérdidas de ningún tipo en el sistema y, por lo tanto, la potencia desarrollada es mayor conforme se incrementan las revoluciones debido la definición matemática que se describe en la ecuación 3.28.

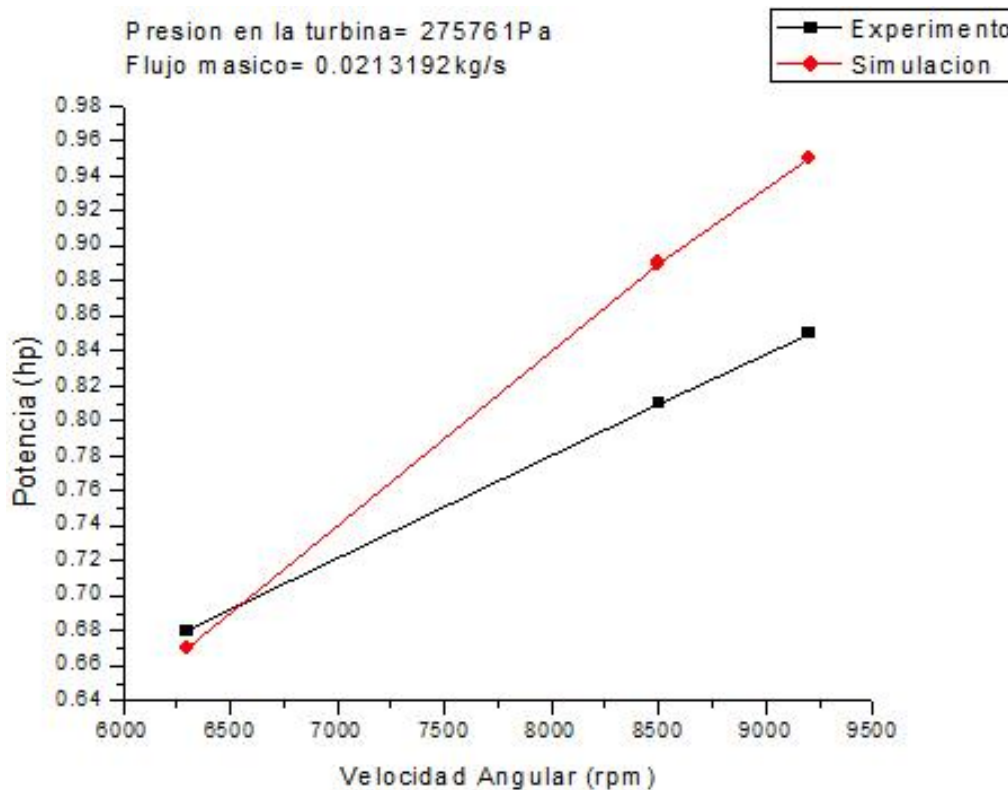


Figura 5.1. Potencia desarrollada por la turbina Tesla a distintas revoluciones.

En la figura 5.2 se muestra el desempeño de la turbina Tesla bajo distintos flujos máxicos, presiones desarrolladas en la turbina y velocidad de giro del rotor, de estas 19 simulaciones se puede apreciar claramente que, al incrementar el flujo máxico de aire en la turbina, así como las revoluciones del rotor la potencia de salida se vera incrementada. Sin embargo, no es igual en el caso de la presión ya que como se puede apreciar en la tabla de parámetros de operación de la figura 5.2 en el tercer caso (línea azul con triángulos) tiene una mayor presión desarrollada pero un flujo máxico menor que el segundo caso (línea roja con círculos) y su potencia de salida es inferior. Debido a esto se puede decir que la potencia de salida se ve incrementada con el flujo máxico del aire ya que la cantidad de partículas en interacción con el rotor es mayor y existe un mayor intercambio de momentum entre ellos. Además, el aire entra con mayor velocidad y la velocidad relativa que existe entre los discos y el fluido es mucho mayor. De esta manera maximiza el momento desarrollado en el rotor y, por ende, la potencia de salida.

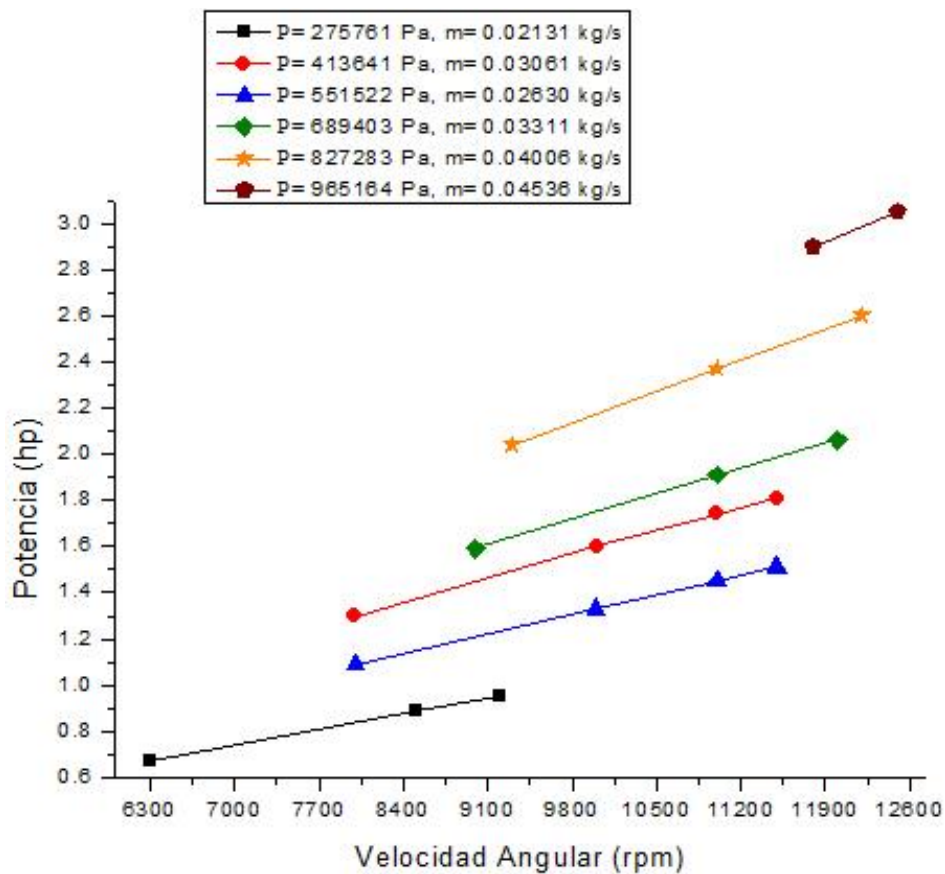


Figura 5.2. Simulación del segundo experimento realizado por Rice.

5.2. Efecto de la Separación entre los Discos de una Turbina Tesla

Con el fin de poder evaluar el desempeño de la turbina Tesla bajo distintas separaciones entre los discos del rotor se seleccionaron cuatro separaciones distintas, las primeras tres se tomaron directamente del experimento de Rice ($b = 1.5875mm$, $b = 1.016mm$ y $b = 0.508mm$), mientras que la cuarta se calculó mediante la ecuación (4.17) debido a que distintos autores sugieren que la separación entre los discos para este tipo de turbina debe ser calculada con esa relación para obtener la máxima transferencia de energía desde el fluido a los discos por los efectos de la capa límite, siendo su valor de $b \approx 0.33mm$ este parámetro se calculó bajo los parámetros de la tabla 4.3 y se eligió la velocidad angular de 9400 rpm debido a que es un valor aproximadamente intermedio entre las 3 distintas velocidades de giro evaluadas en la figura 5.3 y que fue evaluada durante la experimentación de Rice, por lo que la separación se obtiene de la siguiente manera:

$$b = Ph \left(\frac{\mu}{\rho\omega} \right)^{1/2},$$

sustituyendo los valores, queda:

$$b = 2.5 \left(\frac{1.907 \times 10^{-5} \text{ kg/ms}}{(1.1387 \text{ kg/m}^3)(984.36 \text{ rad/s})} \right)^{1/2} = 0.32608 \text{ mm} \approx 0.33 \text{ mm},$$

Para el parámetro Ph se tomó el valor mínimo que se sugiere en la ecuación y de esta forma obtener la separación mínima de diseño.

En la figura 5.3 se puede apreciar la potencia desarrollada en función a la separación entre los discos para distintos flujos mássicos de aire y velocidades de giro del rotor, se puede decir que la potencia de salida crece conforme se disminuye la separación entre los discos de la turbina, siendo la mejor separación la calculada mediante la ecuación (4.17). De acuerdo con lo anterior se puede afirmar que esta ecuación puede ser tomada como un parámetro de referencia en el diseño de esta turbina para la experimentación. Por otra parte, como se dijo anteriormente la potencia desarrollada crece con respecto al flujo mássico y la velocidad de giro del rotor.

También de la figura 5.3 se puede observar que a pesar de la evaluación de la potencia de salida bajo distintos parámetros de entrada el comportamiento es prácticamente igual independientemente de estos.

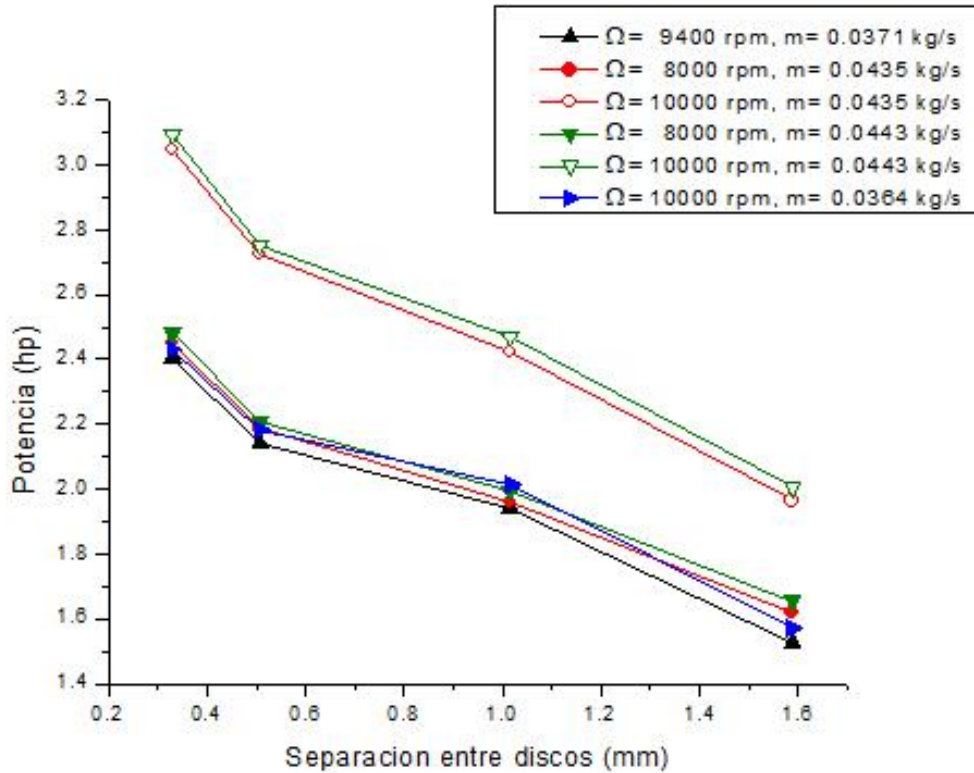


Figura 5.3. Potencia de salida desarrollada a distintas separaciones de los discos.

5.3. Efectos de la Rugosidad de los Discos en la Turbina Tesla

Como se mencionó en el capítulo tres, la rugosidad en la superficie de los discos se tomó en cuenta en esta investigación con el fin de evaluar sus efectos en la turbina Tesla, es por ello que fueron elegidos tres valores diferentes para la altura de la rugosidad: $K_{s1} = 0$, $K_{s2} = 0.1mm$ y $K_{s2} = 0.2mm$, siendo el primero liso de forma ideal. El modelo de rugosidad utilizado en Fluent fue el que trae el programa de forma predeterminada el cual se explicó a grandes rasgos al final del capítulo cuatro. Cada una de estas tres rugosidades fue evaluada en cada una de las cuatro separaciones con la excepción de la que fue calculada ya que el valor de K_{s2} aplicado a cada

una de las paredes de los discos excedía la separación misma de los discos en este caso, es por ello que se excluyó ya que no tiene sentido.

En las siguientes gráficas se encuentran los resultados de las simulaciones hechas para cuatro distintos flujos máscicos de acuerdo a los resultados del primer experimento de Rice [9], tomando como base los parámetros de operación del experimento antes citado, los cuales pueden encontrarse en la tabla 5.1.

En la figura 5.4 se puede apreciar claramente que la potencia se ve incrementada de acuerdo al valor de la rugosidad se ve incrementada en la mayoría de las separaciones, sin embargo, el incremento es relativamente poco. Por otra parte, como se puede ver en la línea azul con triángulos la potencia no se vio favorecida con el aumento del valor de la rugosidad, si no, que por el contrario tuvo una ligera disminución para luego volverse a incrementar para el tercer valor de rugosidad.

Los resultados que se muestran en la figura 5.5 tienen un comportamiento prácticamente igual para un flujo máscico ligeramente menor que los de la figura 5.4, ya que se presenta la misma situación para la tercera separación y la manera en que se incrementa la potencia en los demás casos es sumamente similar.

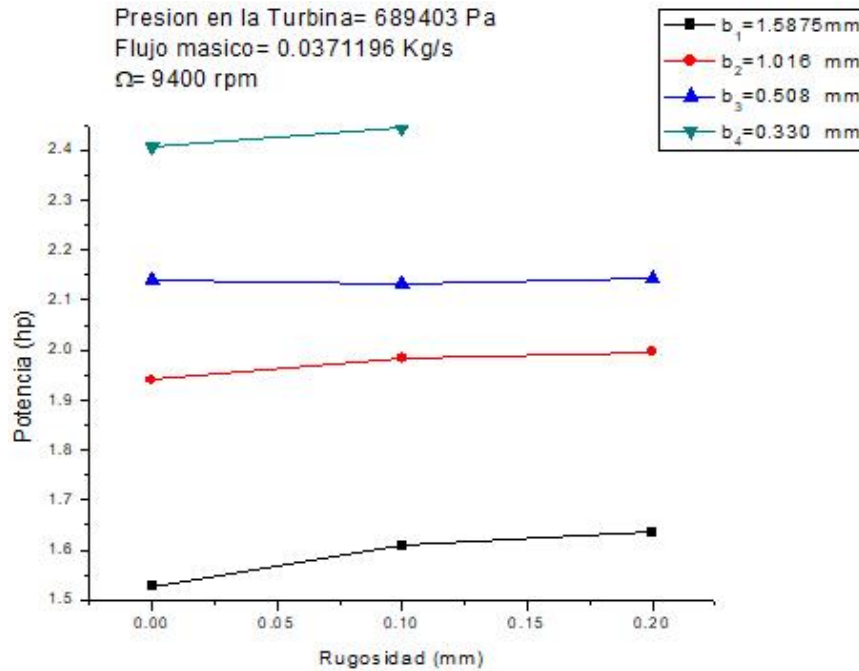


Figura 5.4. Desempeño de la turbina Tesla para $\dot{m}=0.0371196$ kg/s.

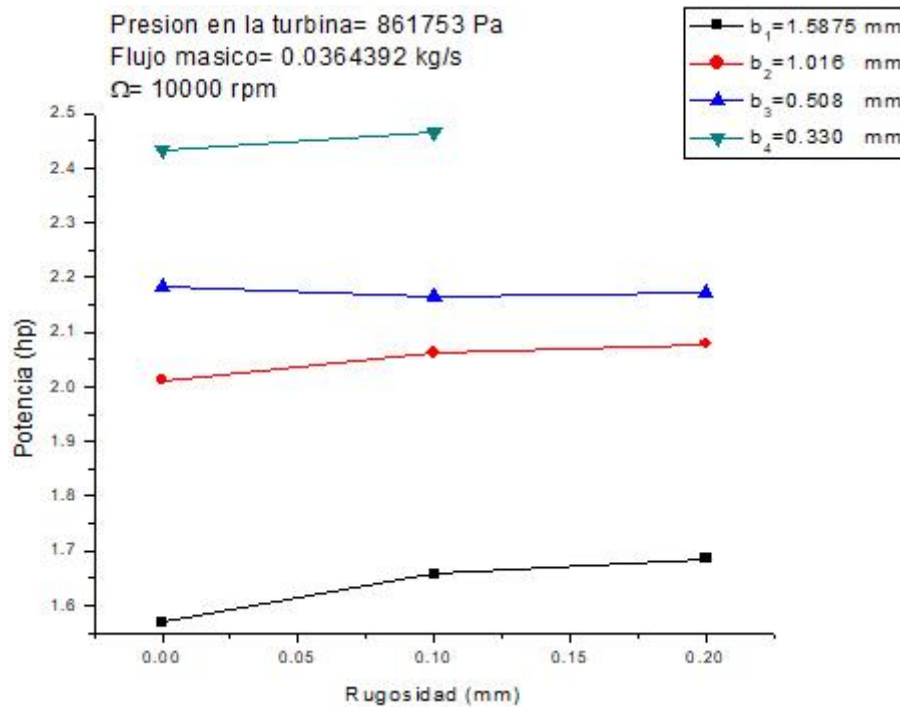


Figura 5.5. Desempeño de la turbina Tesla para $\dot{m}=0.0364692$ kg/s.

Las figuras 5.6 y 5.7 muestran los resultados para dos velocidades de rotación, los flujos másicos que se manejan en ambas son muy similares, por lo que al igual que en las figuras 5.4 y 5.5 su comportamiento es casi igual.

De acuerdo a lo visto en las secciones anteriores la potencia se ve incrementada con el aumento de las revoluciones, pero como se observa en la figura 5.6 la potencia no se ve incrementada en la tercera separación (línea roja) sino que permanece constante para ambas velocidades angulares desde una rugosidad nula a una rugosidad de 0.1mm y posteriormente se incrementa ligeramente a un valor de 0.2mm. En las otras separaciones la potencia se ve incrementada con el valor de la rugosidad. La figura 5.7 presenta un comportamiento similar en la tercera separación, pero solo para la velocidad angular de $\Omega = 8000rpm$, mientras que para un valor de $\Omega = 10000rpm$ la potencia incrementa con el valor de la rugosidad. También es importante mencionar que el aumento de potencia de acuerdo al valor de la rugosidad se mostró dominante en la primera separación $b_1 = 1.5875mm$ en las cuatro figuras y en $b_3 = 0.508mm$ se mantuvo prácticamente constante.

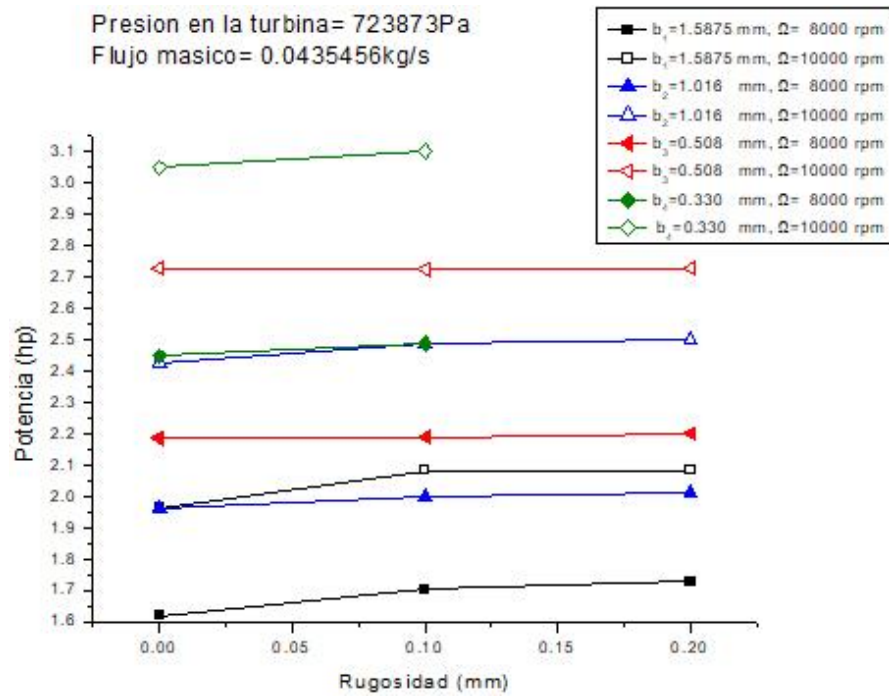


Figura 5.6. Desempeño de la turbina Tesla para $\dot{m}=0.0435456\text{kg/s}$.

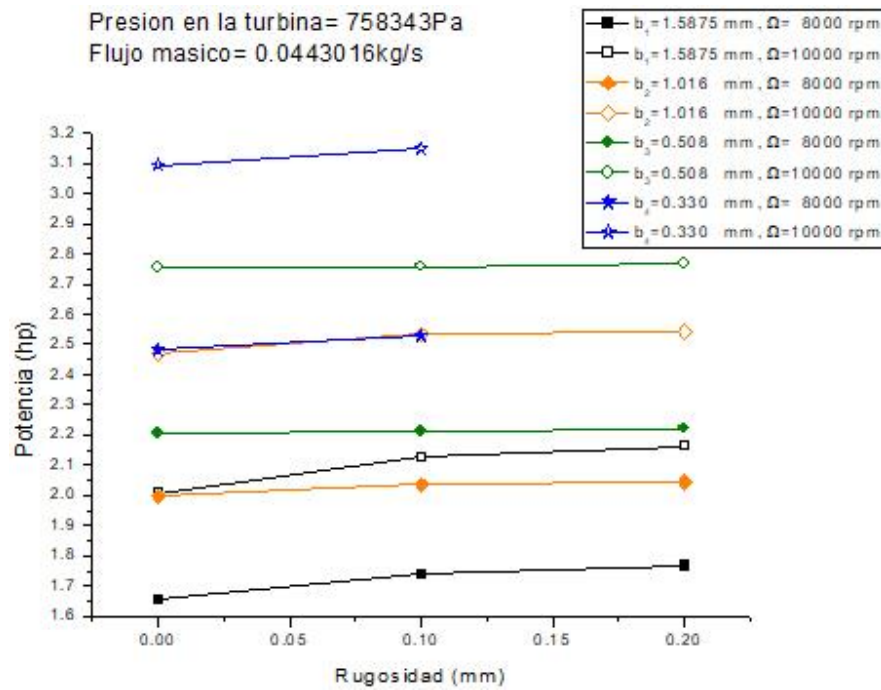


Figura 5.7. Desempeño de la turbina Tesla para $\dot{m}=0.0443016\text{kg/s}$.

5.4. Efectos del Tipo de Fluido en la Turbina Tesla

En la siguiente figura se muestra el comportamiento del desempeño de una turbina Tesla como función de la velocidad de giro del rotor. Esta gráfica evalúa 3 tipos de fluidos, los cuales se modelaron de acuerdo a la ecuación (2.12). El fluido newtoniano que se tomó como base ($n = 1$), fue el aire con las características de la tabla 4.3, siendo para este caso $m = \mu$. En el caso de los otros dos fluidos se consideró la misma densidad de la tabla 4.3 y que $m = \mu$, sin embargo, para tener un caso pseudoplástico se utilizó una potencia de $n = 0.5$ y de $n = 1.5$ para el dilatante. Cabe destacar que en estas simulaciones a diferencia de los anteriores dos casos los fluidos se tomaron como incompresibles.

Se puede apreciar claramente en la figura 5.8 que el fluido dilatante tiene mejor desempeño a la velocidad de rotación más baja y el peor desempeño lo tuvo el pseudoplástico. Pero a medida que se incrementan las rpm del rotor la potencia desarrollada por el fluido dilatante va quedando por debajo de los otros dos fluidos, mientras que estos mantienen aproximadamente un comportamiento lineal teniendo el mejor desempeño a la velocidad más alta evaluada para el fluido newtoniano.

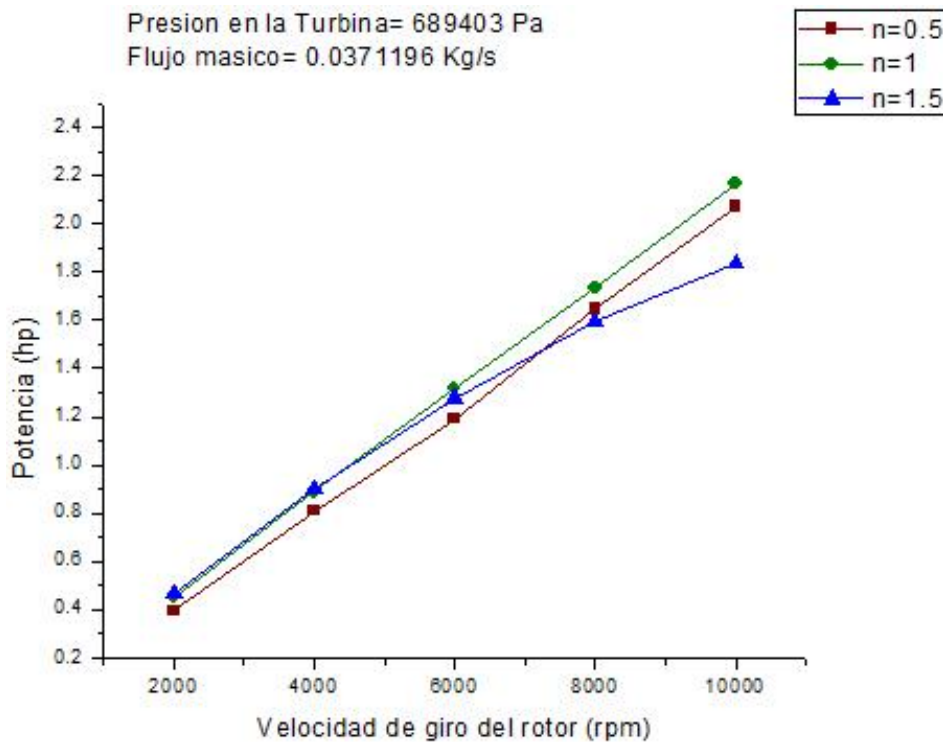


Figura 5.8. Potencia desarrollada a diferentes rpm y "n" en el modelo de Ostwald-de Waele.

5.5. Eficiencia de la Turbina Tesla

Además de los resultados de la potencia de salida en esta investigación también se evaluaron las eficiencias de acuerdo a cada uno de los tres parámetros distintos que se probaron para evaluar su influencia en el desempeño de la turbina Tesla.

La eficiencia que se reporta en estos resultados se obtuvo de la siguiente manera:

$$\xi = \frac{\text{Potencia de salida}}{\text{Potencia de entrada}}, \quad (5.1)$$

la potencia de entrada para cada caso se obtuvo mediante la ecuación anterior despejando la potencia de entrada y de la tabla 5.1 se obtuvo la correspondiente para ser evaluada.

En las gráficas mostradas se encuentran los resultados de la eficiencia para cada caso: separación entre los discos, rugosidad en la superficie de los discos y tipo de fluido (newtoniano y no newtoniano).

De la figura 5.9 a 5.14 se observa el comportamiento de la eficiencia en función de distintas variables, claramente se puede encontrar un parecido bastante notable entre las gráficas de potencia de salida y eficiencia ya que al comparar las imágenes son prácticamente iguales y la descripción de cada una de ellas equivale a la ya antes hecha para la potencia de salida.

De acuerdo a los resultados de eficiencia, el valor máximo que se obtuvo durante esta investigación fue del 39.16 % la cual se encuentra en la figura 5.11 para una separación $b = 0.33mm$ y una rugosidad $K_s = 0.1mm$, estando este valor en el límite teórico que se ha descrito anteriormente por otros investigadores, pero que en sus análisis solo han llegado a un valor de eficiencia teórico o de simulación del 25% máximo [14] .

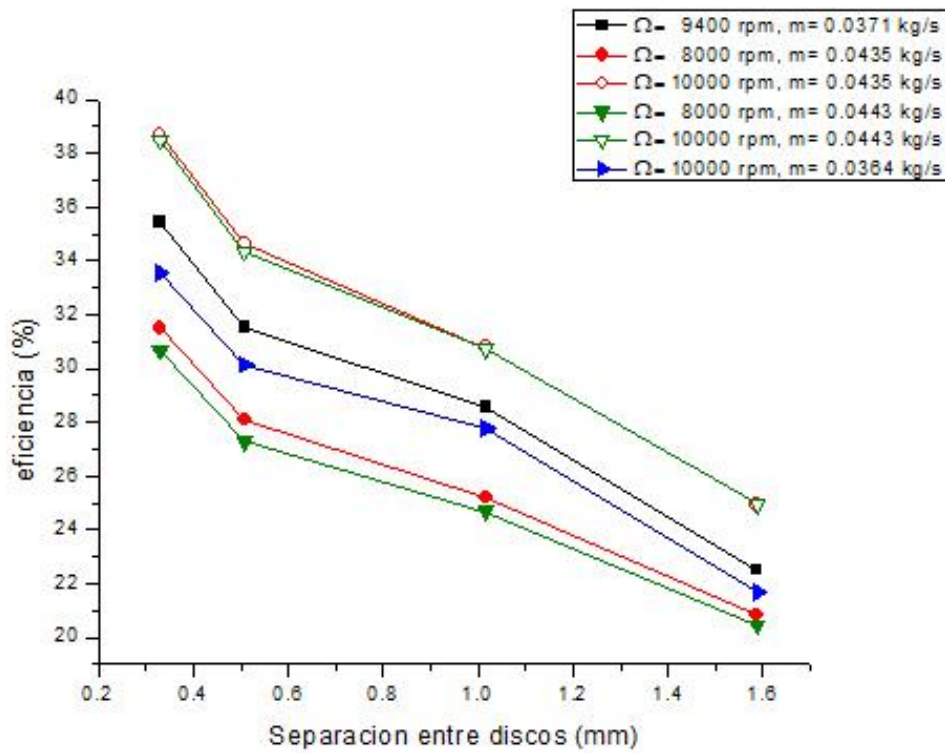


Figura 5.9. Eficiencia a distintas separaciones entre los discos.

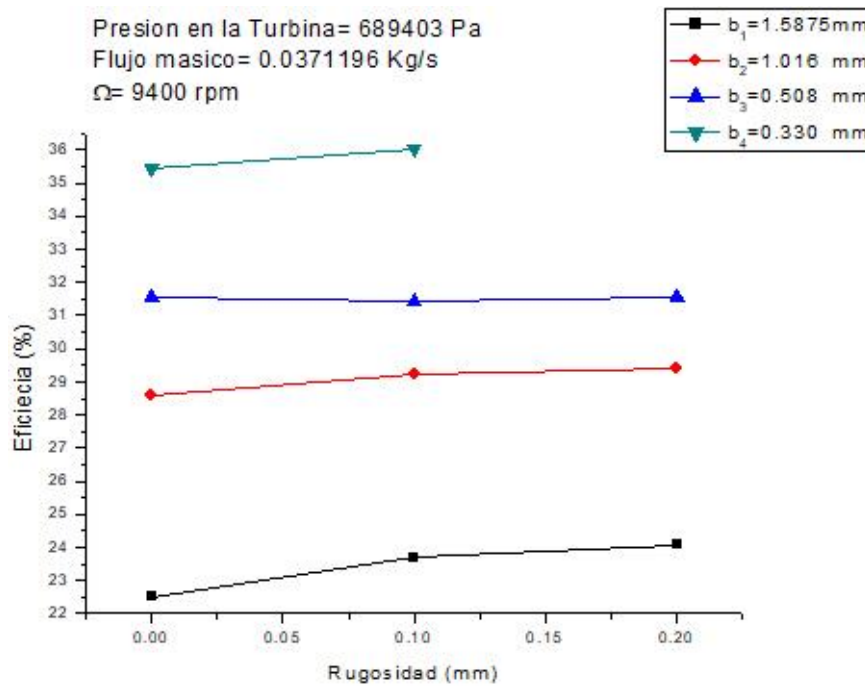


Figura 5.10. Eficiencia de la turbina Tesla para $\dot{m}=0.0371196\text{kg/s}$.

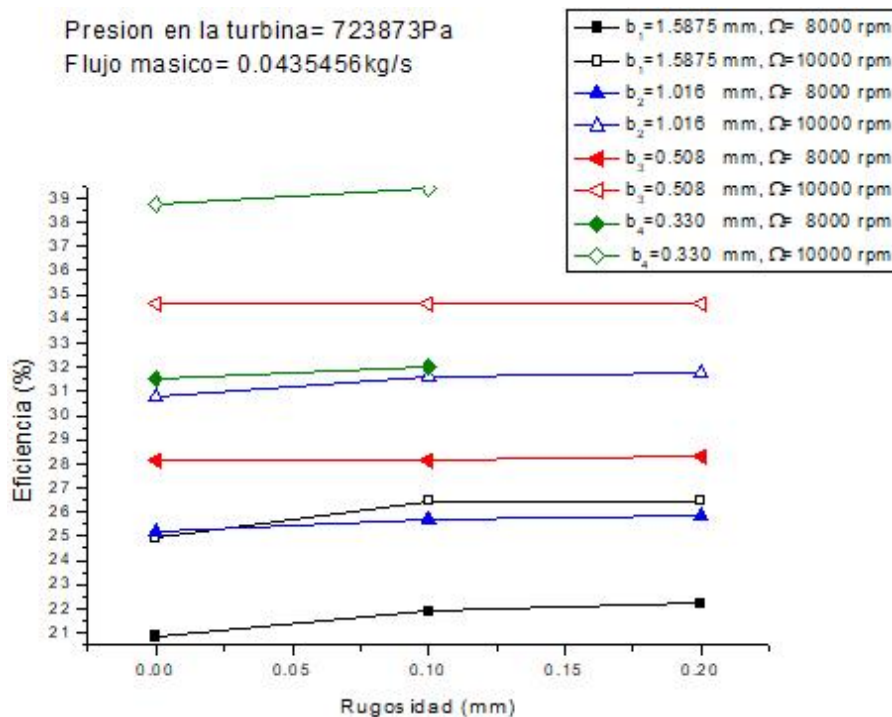


Figura 5.11. Eficiencia de la turbina Tesla para $\dot{m}=0.0435456\text{kg/s}$.

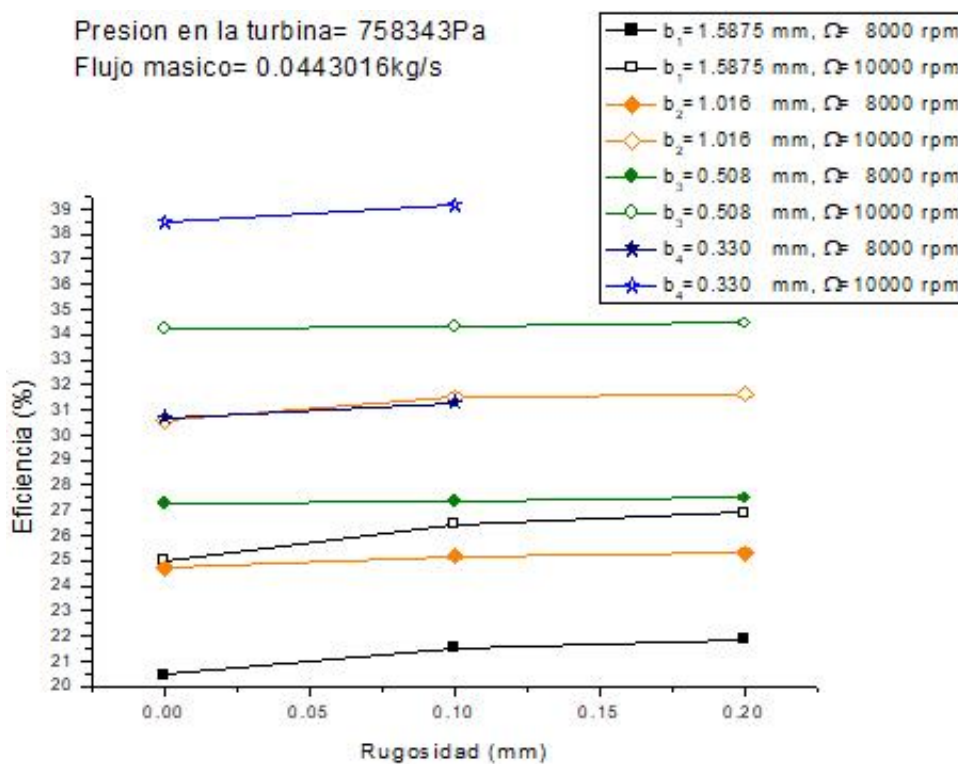


Figura 5.12. Eficiencia de la turbina Tesla para $\dot{m}=0.0443016\text{kg/s}$.

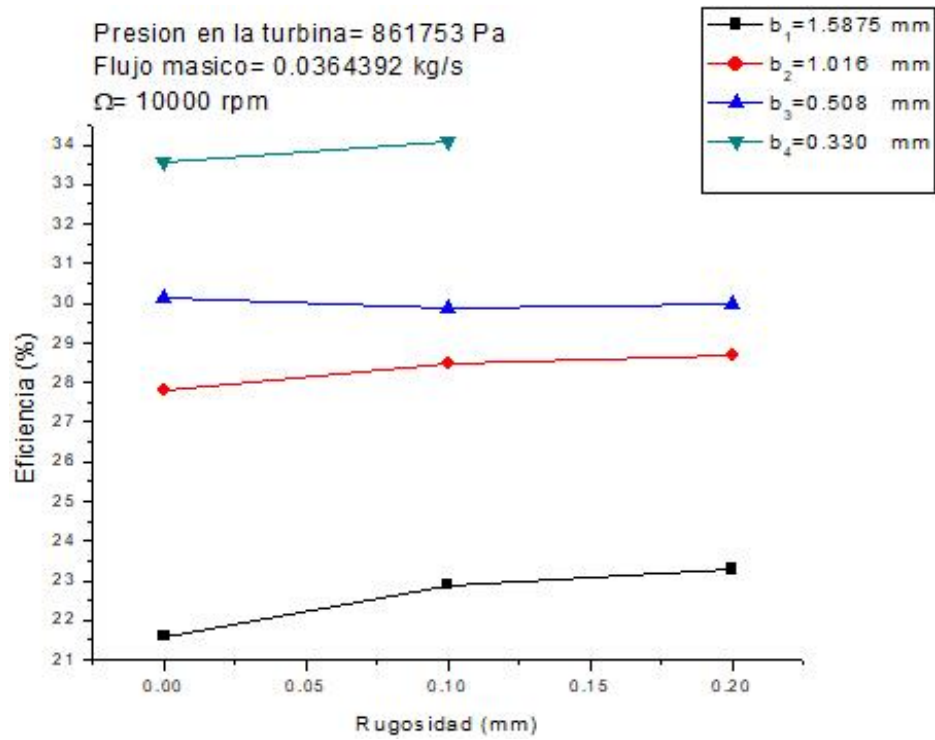


Figura 5.13. Eficiencia de la turbina Tesla para $\dot{m}=0.0364392$ kg/s.

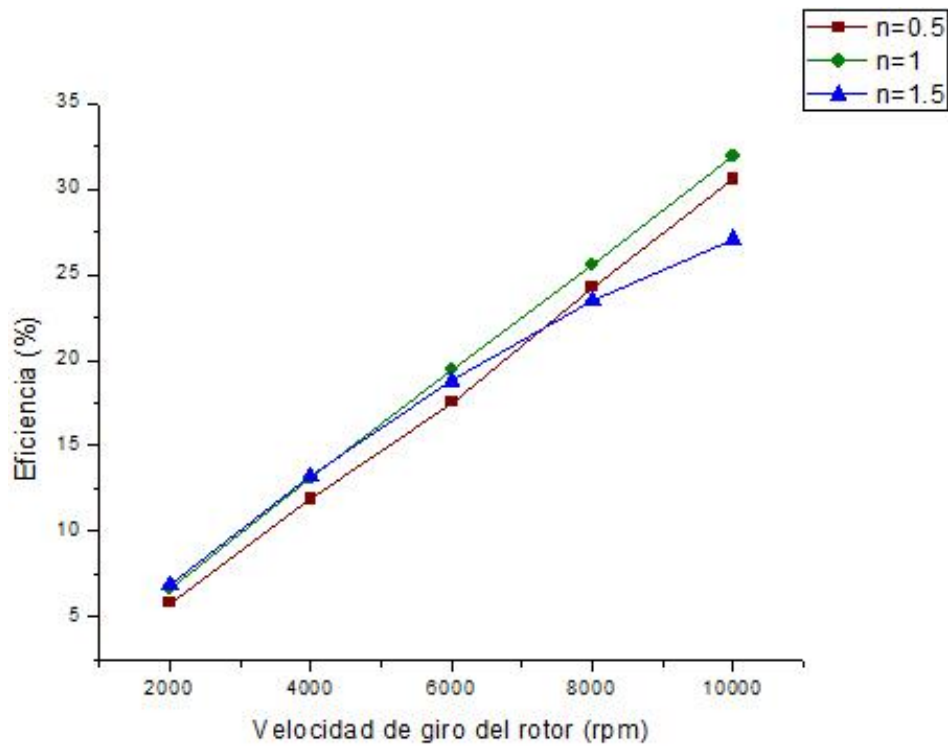


Figura 5.14. Eficiencia a diferentes rpm y "n" en el modelo de Ostwald-de Waele.

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES

Uno de los objetivos principales del presente trabajo fue el de destacar la importancia del estudio de la dinámica de fluidos en una turbina Tesla. Por este motivo fue realizado un submodelo geométrico el cual fue importado al software ANSYS Fluent donde se realizó su idealización geométrica-topológica, discretización (mallado) y simulación bajo distintas condiciones físicas las cuales se obtuvieron de la investigación experimental realizada por Warren Rice [9], los parámetros evaluados en esta investigación bajo las condiciones antes mencionadas fueron la separación entre discos, rugosidad superficial y tipo de fluido (newtoniano y no newtoniano).

Debido a la naturaleza matemática y geométrica del problema, se utilizó el software de simulación Fluent para obtener una solución aproximada de las ecuaciones diferenciales parciales no lineales, el cual discretiza las ecuaciones por medio del método de volúmenes finitos y calcula el campo de velocidades y presiones debido a la interacción entre los discos y el fluido.

ANSYS Fluent es una herramienta de simulación muy poderosa para predecir y describir fenómenos que involucran fluidos, lo cual también involucra los casos en los que se tiene interacción fluido-estructura como es el caso de turbomaquinaria y, por ende, el caso de esta investigación.

El equipo computacional con el que se desarrolló el estudio constaba de un procesador Intel Core i7-7700 @ 3.6 GHz de cuatro núcleos y 64 GB de memoria RAM, de estas características se utilizaron tres de los cuatro núcleos y los 64 de RAM para el procesamiento en paralelo. Debido a estas condiciones, la investigación se vio limitada a una discretización del dominio a un máximo de quince millones de nodos, ya que al sobrepasar este límite la simulación requería más capacidad computacional y al no tenerla la solución no comenzaba. Por otra parte, la convergencia de la solución se configuró de manera que se obtuviera valores de error por debajo de $1e-6$ ya que ANSYS Fluent consideran este valor de convergencia como bueno a la hora de valorar la veracidad de los resultados. El tiempo para lograr esta convergencia en los resultados

fue de entre dos y cinco días por simulación dependiendo de las condiciones con las que haya sido configurado el análisis numérico. De acuerdo con lo anteriormente mencionado para realizar simulaciones muy exigentes o bien aprovechar de una manera básica una licencia científica de ANSYS es necesario un equipo computacional que cuente con las siguientes condiciones como mínimo, un procesador Intel Xeon E7 de 16 núcleos, una tarjeta de video NVIDIA QUADRO de 8GB y memoria RAM de 128 GB.

Las simulaciones realizadas en esta investigación fueron en estado permanente. Para validar los sistemas discretizados primeramente se llevó a cabo la simulación de todo un caso experimental y se compararon los resultados obteniendo una buena aproximación entre ambos.

Los resultados mostrados demuestran que la potencia de salida se ve incrementada cuando se tiene una mayor velocidad de giro del rotor y se aumenta el flujo másicos a la entrada de las toberas, en este último caso es bastante obvio ya que se obtiene una mayor cantidad de salida debido a que se está incrementando el flujo másico de entrada tomando en cuenta la definición del potencia hidráulica en la que el parámetro de flujo másico es directamente proporcional, de ahí que si aumenta uno el otro también. Por otro lado, en el caso de la velocidad de rotación también es bastante claro ya que de acuerdo a la ecuación (3.28) la potencia se ve maximizada con el aumento de esta velocidad de giro.

Los resultados para el parámetro de la separación entre los discos muestran que la separación óptima de las cuatro utilizadas fue la calculada mediante la ecuación (4.17), o sea, $b = 0.33mm$ ya que se obtuvo una mayor cantidad de potencia de salida y por tanto eficiencia como se muestra en las figuras respectivas. Por tanto, esta ecuación se puede tomar como una referencia para el diseño de este tipo de turbomaquinaria para obtener el mejor desempeño de acuerdo a este parámetro.

La rugosidad de acuerdo a los resultados obtenidos no es un parámetro que afecte mucho el desempeño de la turbina debido a que los incrementos de potencia y eficiencia debidos a este parámetro son mínimos o incluso como se vió en algunos casos no hubo beneficio alguno si no que se obtuvieron pérdidas ligeras en la potencia de salida y, por tanto, la eficiencia del sistema disminuyó. Los mejores resultados de acuerdo a la rugosidad se obtuvieron en la separación más grande entre discos ($b = 1.5875mm$), mientras que los menos satisfactorios en la separación ($b = 0.508mm$).

En cuanto a la comparación realizada con el modelo de Ostwald-de Waele para fluidos newtonianos y no newtonianos se puede decir que el mejor fluido para su aplicación en la turbina es el newtoniano debido a que es el que mostró un mejor desempeño en función de la velocidad de giro del rotor, mientras que en pseudoplástico se mostró inferior a bajas revoluciones y creció de forma lineal con las revoluciones al igual que los newtonianos, sin embargo, no ocurrió lo mismo con el dilatante el cual mostró el mejor desempeño a bajas rpm y fue decreciendo con el aumento de las mismas.

De acuerdo a lo antes mencionado el parámetro que más contribuye a la mejora del desempeño de una turbina Tesla es la separación entre los discos, mientras que la rugosidad solo contribuye de una forma casi imperceptible, por lo que se puede concluir que para obtener la mayor cantidad de eficiencia se debe de diseñar la separación de los discos con una cierta rugosidad en la superficie y un fluido newtoniano como fluido de trabajo.

Este tipo de turbomaquinaria aún sigue estando lejos de poderse implementar comercialmente para la generación de energía debido a su bajo rendimiento (eficiencia), ya que las convencionales rondan alrededor del 80% y la eficiencia máxima fue del 39.16%, como se vio en esta investigación.

REFERENCIAS

- [1] W. B. Carlson, *Tesla. Inventor de la Era Eléctrica*, 1st ed. México: Crítica, 2015.
- [2] A. Guha and B. Smiley, "Experiment and Analysis for an Improved Design of the Inlet and Nozzle in Tesla Disc Turbines," *Proc. Inst. Mech. ...*, vol. 224, no. 2, pp. 261–277, 2010.
- [3] S. Sengupta and A. Guha, "Analytical and computational solutions for three-dimensional flow-field and relative pathlines for the rotating flow in a Tesla disc turbine," *Comput. Fluids*, vol. 88, pp. 344–353, 2013.
- [4] T. von Kármán, "Über Laminare und turbulente Reibung," *Zeitschrift für Angew. Math. und Mech.*, p. 232, 1921.
- [5] G. K. Batchelor and T. College, "Navier-Stokes Equations Representing Steady Rotationally-Symmetric Flow," *Quart. Journ. Mech. Appl. Math.*, vol. IV, no. July 1950, 1951.
- [6] K. R. Rajagopal, "Theoretical and Computational Fluid Dynamics," *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, pp. 185–206, 1992.
- [7] W. Rice, "An Analytical and Experimental Investigation of Multiple Disk Pumps and Compressors," *J. Eng. Power*, vol. 85, no. 3, pp. 191–198, 1963.
- [8] P. May, N. Tesla, and N. E. W. York, "» N. Tesla.," 1913.
- [9] W. Rice, "An Analytical and Experimental Investigation of Multiple-Disks Turbines," pp. 29–36, 1965.
- [10] K. P. Mark C. Breiter, "Laminar Flow Between Two Parallel Rotating Disks," vol. I, 1962.
- [11] K. E. Boyd and W. Rice, "Laminar Inward Flow of an Incompressible Fluid Between Rotating Disks, With Full Peripheral Admission," *J. Appl. Mech.*, vol. 35, no. 2, pp. 229–237, 1968.
- [12] F. Kreith, "Reverse Transition in Radial Source Flow between Two Parallel Planes," *Phys. Fluids*, vol. 8, no. 6, p. 1189, 1965.
- [13] E. Lemma, R. T. Deam, D. Toncich, and R. Collins, "Characterisation of a small viscous flow turbine," *Exp. Therm. Fluid Sci.*, vol. 33, no. 1, pp. 96–105, 2008.
- [14] S. Sengupta and A. Guha, "A theory of Tesla disc turbines," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part A J. Power Energy*, vol. 226, no. 5, pp. 650–663, 2012.
- [15] T. Engin, M. Özdemir, and Ş. Çeşmeci, "Design, testing and two-dimensional flow modeling of a multiple-disk fan," *Exp. Therm. Fluid Sci.*, vol. 33, no. 8, pp. 1180–1187, 2009.
- [16] M. Batista, "Steady flow of incompressible fluid between two co-rotating disks," *Appl. Math. Model.*, vol. 35, no. 10, pp. 5225–5233, 2011.

- [17] J. Shukla, "Theory for the Squeeze Film for Power Law Lubricants," *ASME-Journal Lubr. Technol.*, vol. 64, 1964.
- [18] J. R. Lin, "Non-Newtonian squeeze film characteristics between parallel annular disks: Rabinowitsch fluid model," *Tribol. Int.*, vol. 52, pp. 190–194, 2012.
- [19] J. R. Lin, "Non-Newtonian effects on the dynamic characteristics of one-dimensional slider bearings: Rabinowitsch fluid model," *Tribol. Lett.*, vol. 10, no. 4, pp. 237–243, 2001.
- [20] H. Hashimoto and S. Wada, "The Effects of Fluid Inertia Forces in Parallel Circular Squeeze Film Bearings Lubricated with Pseudo-Plastic Fluids," *J. Tribol.*, vol. 108, pp. 282–287, 1986.
- [21] P. T. Griffiths, "Flow of a generalised Newtonian fluid due to a rotating disk," *J. Nonnewton. Fluid Mech.*, vol. 221, pp. 9–17, 2015.
- [22] W. H. Page and A. W. Page, "Tesla Turbine," *Wikipedia*, 1912. [Online]. Available: <https://en.wikipedia.org/wiki/File:TeslaTurbine-00.png>.
- [23] G. Mendoza, "Diseño de una Turbina sin Álabes con enfoque de Optimación," Centro Nacional De Investigación y Desarrollo Tecnológico, 2012.
- [24] Y. A. Cengel and J. M. Cimbala, *Mecánica de Fluidos Fundamentos y Aplicaciones*, 1st ed. México: McGraw-Hill, 2006.
- [25] H. Couto, J. Duarte, and D. and Bastos-Netto, "The Tesla Turbine Revisited," *Asia-Pacific Int. Symp. Combust. Energy Util. Oct. 10-12, 2006, Sochi, Russ. Fed.*, pp. 1–6, 2006.
- [26] H. Schlichting, *Boundary-Layer Theory*, 7th ed. Göttingen: McGraw-Hill series in mechanical engineering, 1979.
- [27] J. Earl Logan, "Tesla Turbomachinery," in *Handbook of Turbomachinery*, 2nd ed., J. Earl Logan, Ed. Arizona: CRC Press, 2003, pp. 57–70.
- [28] Y. A. Cengel and M. A. Boles, *Termodinámica*, 7th ed. McGraw-Hill, 2012.
- [29] W. H. Severns, H. E. Degler, and M. J. C., *La Producción de Energía Mediante el Vapor de Agua, el Aire Y los Gas*, 1st ed. Badalona: Reverté, 1982.
- [30] R. W. Fox and A. T. McDonald, *Introducción a la Mecánica de Fluidos*, 4th ed. México: McGraw-Hill, 1995.
- [31] G. P. Hoya and A. Guha, "The design of a test rig and study of the performance," vol. 223, pp. 451–465, 2008.
- [32] E. Logan, *Handbook of Turbomachinery*, 2nd ed. New York: Marcel Dekker, Inc., 2003.
- [33] A. P. Deshpande, J. M. Krishnan, and P. b. Sunil Kumar, *Rheology of Complex Fluids*, 1st ed. New York: Springer, 2010.
- [34] J. K. Vennard and R. L. Street, *Elementos de Mecánica de Fluidos Versión SI*, 4th ed.

México: CECSA, 1986.

- [35] B. R. Munson, D. F. Young, T. H. Okiishi, and W. W. Huebsch, *Fundamentals of Fluid Mechanics*, 6th ed. Jefferson: John Wiley & Sons, Inc., 2009.
- [36] C. Mataix, *Mecánica de Fluidos y Máquinas Hidráulicas*, 2nd ed. México: Alfaomega, 2012.
- [37] F. M. White, *Mecánica de Fluidos*, 1st ed. México: McGraw-Hill, 1993.
- [38] R. B. Bird, W. E. Stewart, and E. N. Lightfoot, *Fenómenos de Transporte*, 1st ed. España: Reverté, 1965.
- [39] R. Jose, A. Jose, A. Benny, A. Salus, and B. Benny, "A Theoretical Study on Surface Finish , Spacing between Discs and Performance of Tesla Turbine," vol. 3, no. 3, pp. 235–240, 2016.
- [40] J. Tu, G. Yeoh, and C. Liu, *Computational Fluid Dynamics; A Practical Approach*, 2nd ed. United Kingdom: Butterworth-Heinemann, 2012.
- [41] W. Malalasekera and H. K. Versteeg, *An Introduction to Computational Fluid Dynamics - The Finite Volume Method*, vol. 44, no. 2. 2006.
- [42] T. W. Choon, A. A. Rahman, and F. S. Jer, "Optimization of Tesla Turbine Using Computational Fluid Dynamics Approach," pp. 477–480, 2011.
- [43] G. A. Barlis, "A Qualitative Analysis of the Tesla Turbomachine," in *Conference Proceedings of the IV International Tesla Symposium*, 2001.
- [44] J. M. Kane, "ANSYS Fluent 17.0 user's Guide," *Acta Psychiatrica Scandinavica*, vol. 123, no. 6. ANSYS, Inc., 2016.

APÉNDICE A

Experimentación de W. Rice con Turbinas Tipo Tesla

Además de desarrollar una teoría para analizar de forma paramétrica la turbina, Rice realizó 6 experimentos de los cuales destacan 3 que serán detallados a continuación [9].

La primera turbina fue construida de acuerdo con las sugerencias y diseño que Nikola Tesla describe en su patente [8]. La primera turbina fue fabricada con acero dulce en su totalidad. Para evitar cargas axiales y radiales sobre los rodamientos provocadas por el flujo, se colocaron dos toberas de entrada de fluido en sitios opuestos, así como en la salida liberando el aire a la atmosfera por medio de tubos como se puede apreciar en las figuras A.1 y A.2 [9]. Los rodamientos empleados fueron de bolas sellados. El segundo experimento se desarrolló en base a la primera turbina, pero las toberas fueron reemplazadas por unas especialmente diseñadas para obtener velocidades supersónicas con flujos razonablemente uniformes, además se incrementó el número de discos, reduciendo el espesor y el espacio entre los mismos en otras palabras el rotor fue modificado por efectos de comparación con el primer caso.

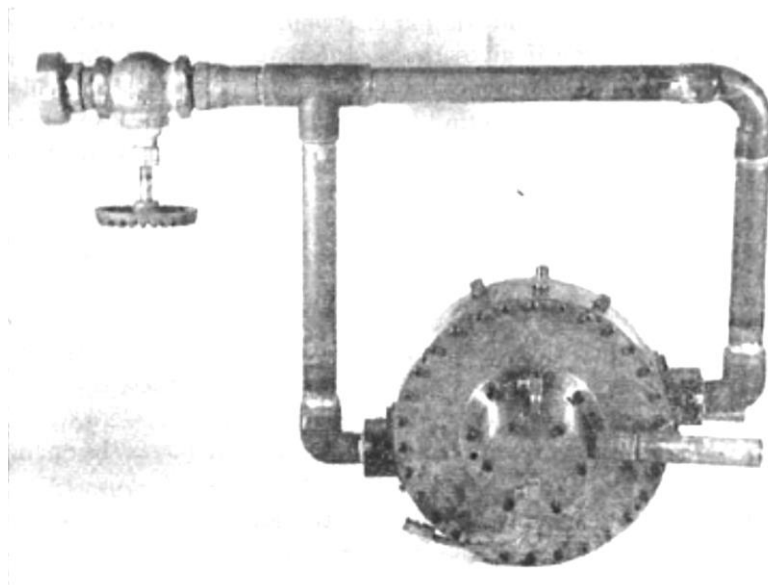


Figura A.1. Ensamble completo de una turbina Tesla de doble entrada y doble salida.

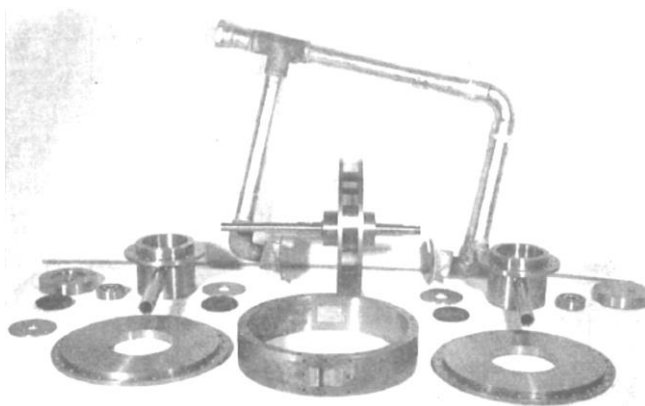


Figura A.2. Partes de una turbina Tesla.

De acuerdo a la experiencia de los primeros 2 experimentos, Rice construyó 4 prototipos mejorando cada versión en base a la experiencia proporcionada por las otras versiones, el último prototipo, que aquí llamaremos tercer experimento, fue el que arrojó los mejores resultados, en la que su rotor fue modificado y construido de un material diferente llamado acero inoxidable. Debido a las condiciones geométricas del rotor Rice agregó cuatro pernos muy pequeños entre los discos para evitar la deformación de los mismos y mantener el espacio entre ellos.

Como anteriormente se mencionó, cada uno de los experimentos que se desarrollaron por parte de Rice se realizaron mediante diferentes condiciones físicas, a continuación, se exponen los parámetros de operación de cada experimento mediante la tabla A.1.

Tabla A.1. Características de los 3 experimentos

Parámetro	Turbina 1	Turbina 2	Turbina 3
Fluido de operación	Aire comprimido	Aire comprimido	Aire comprimido
Número de discos	9	11	24
Diámetro del rotor	177.8mm	177.8mm	203.2mm
Espesor de los discos	2.38125mm	2.38125mm	0.508mm
Separación entre los discos	1.5875mm	1.016mm	0.508mm
Número de toberas	2	2	2
Ángulo de inclinación de las toberas	15°	10°	20°

Realizados los experimentos, Rice obtuvo una gran cantidad de resultados, algunos de estos resultados se exponen en las tablas (A.2), (A.3), además de las condiciones de operación. La eficiencia de cada una de las turbinas que reportó se definió de la siguiente manera:

$$\xi = \frac{\text{trabajo real del eje por unidad de masa}}{\text{trabajo ideal del eje por unidad de masa}}, \quad (\text{A. 1})$$

donde el trabajo ideal se considera una expansión isoentrópica desde la presión y temperatura de entrada de la turbina hasta la presión de escape de la turbina, con velocidad nula asignada al flujo en el comienzo y final de la expansión isoentrópica.

Tabla A.2. Resultados de desempeño del primer experimento [9].

Presión en la turbina (Pa)	Flujo másico (kg/s)	Temperatura del aire a la entrada (°C)	Velocidad angular (rpm)	Potencia (hp)	Eficiencia (%)
689403.1837	0.0371196	37	9400	1.12	16.5
723873.3428	0.0435456	37	8000	1.36	17.5
723873.3428	0.0435456	37	10000	1.48	18.8
758343.502	0.0443016	37	8000	1.39	17.2
758343.502	0.0443016	37	10000	1.31	16.3
861753.9796	0.0364392	37	10000	1.68	23.2

Tabla A.3. Resultados de desempeño del segundo experimento [9].

Presión en la turbina (Pa)	Flujo másico (kg/s)	Temperatura del aire a la entrada (°C)	Velocidad angular (rpm)	Potencia (hp)	Eficiencia (%)
275761.2735	0.0213192	95	6300	0.68	21.7
275761.2735	0.0213192	95	8500	0.81	25.4
275761.2735	0.0213192	95	9200	0.85	25.8
413641.9102	0.030618	79	8000	1.13	21.2
413641.9102	0.030618	79	10000	1.29	23.8
413641.9102	0.030618	79	11000	1.32	24.4
413641.9102	0.030618	79	11500	1.07	20.2
551522.5469	0.0263088	83	8000	1.12	21.7
551522.5469	0.0263088	83	10000	1.24	23.8
551522.5469	0.0263088	83	11000	1.24	23.8
551522.5469	0.0263088	83	11500	1.10	21.1
689403.1837	0.0331128	79	9000	1.49	21.6
689403.1837	0.0331128	79	11000	1.67	24.1
689403.1837	0.0331128	79	12000	1.32	19.0
827283.8204	0.040068	74	9300	1.88	21.2
827283.8204	0.040068	74	11000	2.02	22.9
827283.8204	0.040068	74	12200	1.16	13.5
965164.4571	0.04536	74	11800	2.41	23.2
965164.4571	0.04536	74	12500	1.18	11.9

